

Вопросы на 5 к экзамену по алгоритмам SPb HSE, 1 курс, май 2021

Бинарные деревья поиска

- (c) 1. BST. Прямой обход. Восстановление дерева за $\mathcal{O}(n)$.
- (c) 2. AVL. Число вращений при Add и Del.
- (c) 3. AVL. Split (с док-вом перебалансировки на k).
- (c) 4. Splay. Доказательство амортизированной оценки операции Splay.
- (c) 5. Splay. Теорема о статической оптимальности. Гипотеза динамической оптимальности.

Структуры данных

- (c) 6. Persistent. Стек, очередь (через 5 стеков).
- (c) 7. Корневая декомпозиция по запросам на примере «Dynamic Connectivity Offline за $\mathcal{O}(m\sqrt{m})$ ».
- (c) 8. Scanline. Лежит ли точка внутри невыпуклого многоугольника?
- (c) 9. 2D. Многомерные структуры. ДО из ДО (зачем нужно?), ДО из ДД (зачем нужно?). Трёх-мерное ДО, k -мерное ДО.
- (c) 10. 2D. Поиск k -й порядковой на отрезке за $\mathcal{O}(\log n)$.

RMQ, LCA, LA

- (c) 11. RMQ. Фарах-Колтон-Бендер. Метод четырёх русских, решение RMQ и LCA за $\langle \mathcal{O}(n), \mathcal{O}(1) \rangle$.
- (c) 12. RMQ. Фарах-Колтон-Бендер: предподсчёт ровно за $\mathcal{O}(2^k)$.
- (c) 13. LA. Алгоритм Вишкина (решение LA за $\langle \mathcal{O}(n), \mathcal{O}(\log n) \rangle$).
- (c) 14. Сумма на пути в меняющемся дереве за $\langle \mathcal{O}(n), \mathcal{O}(\log n) \rangle$.

Другие древесные алгоритмы и структуры

- (c) 15. Link-Cut. Оценка времени MakeRoot, Link, Cut.
- (c) 16. MST за линейное время в среднем. Собственно алгоритм.
- (c) 17. MST за линейное время в среднем. Лемма про количество «небесполезных рёбер».
- (c) 18. Бор. Суффиксное дерево. Число подстрок. Общая подстрока $k \leq w$ строк за $\mathcal{O}(\sum |s_i|)$.

Игры

- (c) 19. Игры. Длина самой короткой игры. Длина самой длинной игры. Примеры на тему: Ним, Игра в спички, Скамейки.

Бонус

- (+) 20. Дополнительные деревья: ленивое полное дерево, китайское дерево.
- (+) 21. Персистентность через Fat Nodes.
- (+) 22. Техника Fractional Cascading для двумерных запросов и параллельного бинпоиска.
- (+) 23. КД-дерево. Ответы на двумерные запросы (и двумерные модификации!) за $\mathcal{O}(\sqrt{n})$, запрос «перечислить все точки в прямоугольнике за $\mathcal{O}(k + \log n)$ ».
- (+) 24. LA: Вишкин за $\langle \mathcal{O}(n \log n), \mathcal{O}(1) \rangle$, решение LA через ladders decomposition.
- (+) 25. LA: решение за $\langle \mathcal{O}(n), \mathcal{O}(1) \rangle$ через 4 русских.
- (+) 26. Смит (Гранди для графов с циклами). Без доказательства.