

Вопросы на 3 к экзамену по алгоритмам SPb HSE, 1 курс, май 2021

Бинарные деревья поиска

- (a) 1. BST. Add, Del, Find, LowerBound за $\mathcal{O}(h)$. Симметричный обход, сортировка, нижняя оценка.
- (a) 2. BST. Next, Prev, Find за $\mathcal{O}(1)$. Список. Хеш-таблица. Итератор в `set`.
- (a) 3. AVL. Инвариант, типы вращений. Оценка глубины. Add.
- (a) 4. Общие идеи: BST и неявный ключ, BST и персистентность.
- (a) 5. B-дерево. Find, Add. Оценка $\mathcal{O}(k \log n_k)$.
- (a) 6. Treap. Два определения случайного дерева (RBST). Эквивалентность определений. Оценка средней глубины вершины.
- (a) 7. Treap. Единственность дерева при уникальных y , связь со случайными деревьями. Операции Split, Merge.
- (a) 8. Splay. Три вида поворотов. Операции Splay, Add. Формулировка главной теоремы о времени работы.

Структуры данных

- (a) 9. Persistent. Массив – любой способ. Персистентный дек через Pairing.
- (a) 10. Persistent. Offline, дерево версий. *Детская персистентность для массива (2 версии), частичная персистентность за $\mathcal{O}(\log n)$.*
- (a) 11. Корневая декомпозиция. Статичная по массиву (с примером).
- (a) 12. Дерево отрезков. Реализация сверху. Оценка на память, на время `get`.
- (a) 13. Дерево отрезков. Массовые модификации. `+=` и `getMin`. `=` и `getSum`.
- (a) 14. Scanline. Число точек в прямоугольниках; число прямоугольников, покрывающих точку.
- (a) 15. 2D. ДО из сортированных массивов. Связь с 2-мерным запросом (количеством точек в прямоугольнике).

RMQ, LCA, LA

- (a) 16. RMQ. Разреженные таблицы.
- (a) 17. RMQ. Сведение $LCA \rightarrow RMQ \pm 1$. Решение задачи LCA за $\langle \mathcal{O}(n \log n), \mathcal{O}(1) \rangle$.
- (a) 18. LCA. Двоичные подьёмы. Решение LCA, два способа (с одной двигающейся вершиной и с двумя).
- (a) 19. LA. Решение LA в online и в *offline*.
- (a) 20. *Сумма на пути в дереве за $\langle \mathcal{O}(n), \mathcal{O}(1) \rangle$.*

Другие древесные алгоритмы и структуры

- (a) 21. Heavy-Light Decomposition. Построение за $\mathcal{O}(n)$.
- (a) 22. Heavy-Light Decomposition. Вычисление функции на пути, функции поддеревя.
- (a) 23. Бор. `map<string, int>`. Время работы для различных способов хранения. Про Splay – только формулировка.
- (a) 24. Бор. `Sort(strings)`.

Игры

- (a) 25. Игры. Ациклический граф. Решение для симметричной/несимметричной игры.
- (a) 26. Гранди. Функция Гранди, вычисление, связь с выигрышностью.
- (a) 27. Гранди. Прямая сумма. Теорема Гранди про ксор без доказательства.
Примеры на тему: Ним, *Игра в спички*, *Скамейки*.