

# Вопросы на 5 к экзамену по алгоритмам

## SPb HSE, 1 курс, март 2021

### DFS

- (c) 1. DFS. Хранение графа: мультисписок. Сравнение с `vector<vector>`.
- (c) 2. DFS. Мосты и точки сочленения, сильная связность. Доказательство корректности линейных алгоритмов.
- (c) 3. DFS. Двусвязность: вершинная и рёберная. Алгоритм со стеком поиска компонент за  $\mathcal{O}(V + E)$ .
- (c) 4. DFS. 2-SAT. Доказательство корректности решения за  $\mathcal{O}(V + E)$ .

### Теория сложности, рандомизированные алгоритмы

- (c) 5. NP. Доказательство теоремы об иерархии по времени. **Билет отменили. Радуйтесь.**
- (c) 6. NP, coNP, coNEXP. Сведение по Куку.
- (c) 7. Models. Машина Тьюринга.
- (c) 8. Models. RAM-машина. RAM-w-машина.
- (c) 9. RP. Класс BPP. Понижение ошибки. Доказательство.
- (c) 10. RP. Решение 3-SAT. Рандомизированный алгоритм за  $1.5^n$  и  $1.34^n$  (с доказательством). Приближенный алгоритм для MAX-3-SAT.
- (c) 11. RP. Решение 3-SAT. *Приближённые алгоритмы для MAX-3-SAT в общем случае, и в случае, когда в каждом кладе минимум 3 литерала.*
- (c) 12. RP. Лемма Шварца-Зипшеля (только формулировка). Применение: матрица Татта и поиск совершенного паросочетания (поиск паросочетания тоже).

### Графы

- (c) 13. Path. *Вещественные 1-2 и 0-1 bfs-ы. Поиск в ширину за  $\mathcal{O}(\frac{V^2}{w})$ . 1-k bfs за  $\mathcal{O}(E \log k)$ .*
- (c) 14. Path. Форд-Беллман. random-shuffle. Оценки и доказательства времени работы в разных случаях: с break, с разными random shuffle, с очередью.
- (c) 15. Path. Форд-Беллман и отрицательные циклы. Поиск, доказательство корректности.
- (c) 16. Path. Поиск цикла минимального среднего веса. За  $\mathcal{O}(VE)$ . Алгоритм Карпа.
- (c) 17. MST. Алгоритм Борувки. Оценка времени работы  $\mathcal{O}(E \log(V^2/E))$ . Доказательство корректности.
- (c) 18. DSU. Доказательство  $\mathcal{O}((m + n) \log^* n)$  для двух эвристик одновременно.
- (c) 19. DSU. Доказательство  $\mathcal{O}(m + n \log^* n)$  для двух эвристик одновременно.

### Жадности и приближенные алгоритмы

- (c) 20. Жадность. Задания с дедлайнами: выполнить максимум. Решение  $\mathcal{O}(n \log n)$ . Доказательство корректности.
- (c) 21. Partition. Оценка жадности  $\frac{5}{6}$  OPT, обоснование  $\mathcal{O}(n^{-\log n})$  для Кармаркар-Карпа
- (c) 22. Knapsack. FPTAS-схема.
- (c) 23. BinPacking. Практически эффективное решение. За  $\mathcal{O}(n \cdot \text{iterations})$ .
- (c) 24. BinPacking. PTAS-схема – избавляемся от ограничений на  $\epsilon$  и  $k$ .
- (c) 25. Set Cover.  $\ln(n)$ -приближение во взвешенном случае. Реализация за линейное время в невзвешенном случае. 2-OPT приближение для Vertex Cover.

- (c) 26. Задача о надстроке. Сведение к SetCover. Оценка  $(2 \ln n)$ .

### Центроиды

- (c) 27. Центроидная декомпозиция: количество путей длины  $d$ .  
(c) 28. Центроидная декомпозиция: покраска вершин на расстоянии  $\leq d$ .

### Бонус

- (+) 29. NP. Алгоритм Левина. Асимптотика времени работы. Область применения. ТЧ. Квадратный корень по простому модулю за  $\mathcal{O}(\log p)$ .  
(+) 30. Перебор. Расщепление для Independent Set. Пример использования весов для лучшей оценки расщеплений. Получить решение не хуже  $\mathcal{O}(1.3247^n)$ , лучше  $\mathcal{O}(1.25^n)$ .  
(+) 31. Path. A\* и Iterative Deepening для переборных задач. Сравнение. Beam Search. Применение к «калькулятору», «японскому компьютеру», редакционному расстоянию, распознаванию речи.  
(+) 32. Path. Гольдберг. Основная идея. Лечение одной вершины за  $\mathcal{O}(V + E)$ . Лечение пачки из хотя бы  $\sqrt{k}$  вершин за  $\mathcal{O}(V + E)$ . Доказательство асимптотики  $\mathcal{O}(E\sqrt{V})$  для  $w_e \geq -1$ , асимптотика  $E\sqrt{V} \log N$  в общем случае.  
(+) 33. DSU. Доказательство обратной функции Аккермана.  
(+) 34. Path. Алгоритм Йена на примере  $k$ -го пути (простого). Алгоритм Эпштейна для  $k$ -го пути (непростого).