

## Вопросы на 4 к экзамену по алгоритмам SPb HSE, 1 курс, март 2021

### DFS

- (b) 1. DFS. Компоненты сильной связности. Алгоритм за  $\mathcal{O}(V + E)$  без доказательства корректности. Конденсация. Применение к поиску матрицы достижимости за  $\mathcal{O}(VE/w)$ .
- (b) 2. DFS. Эйлеров цикл. Эйлеров путь. Случай ориентированного и неориентированного графа. Поиск за  $\mathcal{O}(V + E)$ . Ленивое удаление рёбер.
- (b) 3. DFS. Раскраска вершин графа в  $k$  цветов. Сложность задачи для разных  $k$ . Жадное решение за  $\mathcal{O}(V + E)$ .
- (b) 4. DFS. Мосты и точки сочленения. Алгоритм за  $\mathcal{O}(V + E)$  без доказательства корректности.
- (b) 5. DFS. Двусвязность: вершинная и рёберная. Два определения: через удаление объектов, через отношение эквивалентности.
- (b) 6. DFS. 2-SAT. Решение за  $\mathcal{O}(V + E)$  без доказательства. Примеры задач: 2-LIST-COLORING, расположение геометрических объектов без наложений.

### Теория сложности, рандомизированные алгоритмы

- (b) 7. NP. Неразрешимость Halting Problem.
- (b) 8. NP. Определение DTime, P, EXP. Теорема об иерархии по времени (без доказательства). Доказательство  $P \neq EXP$ .
- (b) 9. NP. Полиномиальное сведение. Свойства полиномиального сведения.
- (b) 10. NP. Доказательство существования NP-полных задач.  $NP \in NPC$ .
- (b) 11. NP. Сведения  $3-SAT \rightarrow k-IND \rightarrow k-CLIQUE \rightarrow VERTEX-COVER$ . Что следует из этих сведений?
- (b) 12. NP. Сведения  $NP \rightarrow CIRCUIT-SAT \rightarrow SAT \rightarrow 3-SAT$ . Что следует из этих сведений?
- (b) 13. NP. Решение search-версий SAT и  $k-INDEPENDENT-SET$  через decision-версии. Использование SAT-солверов.
- (b) 14. NP, Гипотезы ETH, SETH. Формулировки. *Следствия  $ETH \Rightarrow P \neq NP$ .*
- (b) 15. RP. Задачи: поиск невычета, тест Ферма, тест Миллера Рабина. Все оценки вероятностей лишь постулируются, не доказываются.
- (b) 16. RP. Теорема  $ZPP = RP \cap coRP$ . Вложение классов. Три открытых вопроса.
- (b) 17. RP. Алгоритм Полларда за  $\mathcal{O}(n^{1/4})$  арифметических операций с обоснованием. Парадокс дней рождений, анализ вероятности в две стороны.
- (b) 18. RP. Решение 3-SAT. Детерминированный и рандомизированные алгоритмы за  $1.73^n$  (с доказательством).
- (b) 19. RP. Random shuffle массива. Игра на 0-1-дереве, min-max-игра на дереве.

### Графы

- (b) 20. Path. 0-1-k bfs (и его частей 1-k, 0-1).
- (b) 21. Path. Алгоритм  $A^*$ . Доказательство для графов с неравенством треугольника. Сравнение с Дейкстрой. Когда  $A^*$  лучше?
- (b) 22. Path. Флойд. Поиск отрицательных циклов. *Транзитивное замыкание за  $\mathcal{O}(\frac{V^3}{w})$ .*
- (b) 23. Path. Форд-Беллман. Переход к линейной памяти. Версия с break и версия с очередью (без доказательства времени работы).

- (b) 24. Path. Идея потенциалов. Применение для APSP: алгоритм Джонсона.
- (b) 25. Path. Поиск цикла минимального среднего веса. За  $\mathcal{O}(VE \log C)$ .
- (b) 26. MST. Лемма о разрезе. Краскал. Прим. Доказательства.
- (b) 27. DSU. На списках доказательство времени работы  $\mathcal{O}(m + n \log n)$ .
- (b) 28. DSU. Реализация деревьями. Две эвристики.
- (b) 29. DSU. Реализация деревьями. Доказательство оценки  $\mathcal{O}(\log n)$  для сжатия путей.
- (b) 30. DSU. Реализация деревьями. Доказательство оценки  $\mathcal{O}(\log n)$  для ранговой.

### Жадности и приближенные алгоритмы

- (b) 31. TSP. 1.5-ОПТ решение.  $\exists$  алгоритма если нет неравенства треугольника.
- (b) 32. Правило Варнсдорфа для частного случая. Применение к общему случаю.
- (b) 33. Поиск кодов по массиву частот за  $\mathcal{O}(\text{sort}(k) + k)$ . Хранение кодов.
- (b) 34. Жадность. Задания с дедлайнами: выполнить все за  $\mathcal{O}(n \log n)$ , выполнить максимум за  $\mathcal{O}(n^2)$ .
- (b) 35. Жадность. Задача про два (упорядоченных) станка. Формулировка. Корректное решение без доказательства.
- (b) 36. Partition. PTAS-схема.
- (b) 37. Knapsack. Жадность по удельной стоимости не даёт приближения. PTAS-схема.
- (b) 38. BinPacking. Решение за полином для случая  $a_i \geq \varepsilon$ , различных  $\leq k$ .
- (b) 39. Set Cover.  $\ln(n)$ -приближение. Доказательство оценки.
- (b) 40. Задача о надстроке. Сведение к TSP. Простое жадное решение. Оценка.

### Центроиды

- (b) 41. Центроидная декомпозиция: подробности хранения, LCA, поиск минимума на пути за  $\mathcal{O}(\log n)$  и  $\mathcal{O}(\log \log n)$ , поиск gcd на отрезке массива.
- (b) 42. Центроидная декомпозиция: Disjoint Sparse Table.