

Билет 1

1. (a) Действия над \mathbb{F}_2 : \pm , mul, div, gcd.
Умножение над кольцом, над \mathbb{F}_2 за $(n/w)^{\log 3}$, над полем, над \mathbb{R} , над \mathbb{C} .
2. (c) Эквивалентность через минимизацию. Минимизация за $\mathcal{O}(n^2k)$, за $\mathcal{O}(nk \log n)$ (Хопкрофт).
3. (a) ЛП. Формулировка, сведения различных форм задачи друг к другу.
Кошеризация задач вида $Ax = b$, $Ax \leq b$.
4. (b) Метод Эллипсоидов: алгебра эллипсоидов;
задача, алгоритм, корректность нового эллипсоида, оценка времени работы.
5. (a) Следствия из теоремы Липтона-Тарьяна. Задача max-IS и k-coloring для планарного графа.

Билет 2

6. (b) Деление через разделяй и властвуй. Над кольцом, над \mathbb{R} . Обращение ряда. Деление за $\mathcal{O}(n \log n)$.
7. (a) Задачи: LZSS за $\mathcal{O}(n)$.
8. (b) Тотальная унимодулярность матрицы инцидентности,
целочисленность решения ЛП для паросочетания.
9. (a) Алгоритм Эдмондса за $\mathcal{O}(V^3)$ с рекурсивным сжатием/расжатием.
10. (b) Демукрон за $\mathcal{O}(V^2)$ – алгоритм выделения граней, проверки на планарность.

Билет 3

11. (b) Разделяй и властвуй: значения в точках, интерполяция, перевод из 2-ой в 10-ую.
12. (a) Задачи: общая подстрока k строк за линейное время с памятью $\mathcal{O}(\min |s_i|)$.
13. (b) Симплекс-метод при условии \exists -я начального решения. Поиск начального решения.
14. (a) Формулировки: Lm о дополняющем пути, Lm о корректности Куна, dfs/bfs для поиска ЧДП.
15. (c) Планарный сепаратор. Теорема Тарьяна-Липтона. Доказательство.

Билет 4

16. (b) FFT. Рекурсивно, нерекурсивно.
Вычисление линейной рекурренты за $\mathcal{O}(k^3 \log n)$, $\mathcal{O}(k \log k \log n)$.
17. (a) Суффиксный автомат: оценка на число вершин и рёбер, связь с суффиксным деревом.
18. (b) Матричные игры: задача, детерминированные стратегии, осторожная жадность, вероятностные стратегии, нахождение через ЛП и доказательство оптимальности, равновесие Нэша.
19. (b) Теорема Эдмондса⁺, строгое доказательство.
20. (a) Рисовка планарного графа. Пружинная Теорема Татта. Триангуляция. Алгоритм.

Билет 5

21. (a) Вычисление $n! \bmod m$, факторизация за $\mathcal{O}^*(n^{1/4})$.
22. (c) Суффиксный автомат: алгоритм, корректность, время работы.
23. (a) LP и ILP – формулировки. ILP \in NP-hard. Приближение для взвешенного VC.
Задачи в форме ЛП: поиск расстояний, потенциалов, max-flow, in-cost-k-flow, паросочетание, взвешенное паросочетание, мультипродуктовый поток, задача про два пути.
24. (b) Реализация Габова за $\mathcal{O}(V^3)$, через p[], mate[], base[].
25. (a) Планарные графы: определения. Теоремы Эйлера, следствие $E = \mathcal{O}(V)$.
Теорема Куратовского (док-во в одну сторону), теорема Фари, теорема Шнайдер.

Билет 6

26. (b) Коды для исправления 1-й ошибки ($2n, n + \log n$), k ошибок (Рид-Соломон).
27. (a) Задачи: $\#\{\text{различных подстрок}\}$, first/last вхождение, $\max |s|$ с 2 вхождениями без \cap .
28. (a) Двойственная задача для всех трёх форм.
Слабая и сильная теоремы двойственности. Доказательство.
29. (b) Оптимизации: $V^3 \rightarrow \frac{|M|}{2} \cdot V^2$. Улучшение всех трёх частей Габова до $\mathcal{O}(VE \cdot \alpha)$.
30. (c) Метод Ферма. Метод Крайчика за $\mathcal{O}(k^3 + km)$. b -гладкие числа.
Оптимизация Крайчика до $\mathcal{O}((k^2 + m) \log \log k)$, итоговое время работы.

Запас

31. Задачи: число счастливых билетов; CRC-32, вычисление от A , A xor B , $A1$.
32. Def: (не)детерминированный, минимальный, эквивалентность, изоморфизм.
33. Детерминизация за $\mathcal{O}(2^n k)$, минимизация через детерминизацию (Бржозовский).
34. Простейшая эквивалентность за $\mathcal{O}((nk)^2)$. Корректность. Def минимального через $R(s)$.
35. Изоморфность за $\mathcal{O}(nk)$, эквивалентность минимальному (дан минимальный) за $\mathcal{O}(nk)$.
36. Правые контексты: $s \rightarrow sa, R_s \rightarrow R_{sa}$, леммы, поиск состояния, которое раздвоится.
37. Инкрементальный Гаусс за $\mathcal{O}(nmk)$.
38. Анализ симплекса: условие существования решения, условие ограниченности решения, оптимальность найденного решения, конечность алгоритма и правило Блэнда, время работы алгоритма.
39. Lm о нулях. Симплекс перебирает вершины полиэдра. Простое решение ЛП – перебор базисных планов.
40. Обучение Перцептрона. Анализ алгоритма. Сведение $Ax > b \Leftrightarrow Ax > 0$.
41. Метод Эллипсоидов: анализ объёмов эллипсоидов, общее время работы; обобщение для сфер, конусов. Неограниченность, отсутствие решения. Получение решения обеих задач.
42. Частные случаи ЛП: $Ax = b \wedge n < m, Ax \leq b \wedge n < m$, линейный алгоритм для $dim = \mathcal{O}(1)$.
43. Симметрические разности. $M \triangle P, M_1 \triangle M_2, (M \triangle P_1) \triangle (M \triangle P_2)$.
44. Выделение граней плоского графа.
45. Закон Кирхгоффа, нахождение сопротивления сети. Решения систем для k -диагональных матриц.