

Вопросы к экзамену по алгоритмам

СПб АУ, второй курс, осень, 2017/18 учебный год

Игры на графах и теория чисел

1. Игры на графах. Ациклический граф. Граф с циклами. Ретроанализ. Длина игры.
2. Игры. Функция Гранди. Прямая сумма игр. Эквивалентность игр. Подсчет через mex.
3. Игры. Сумма игр через XOR. *Задачи на Гранди: задача про скамейки, haskenbush.*
4. ТЧ. Решето Эратосфена. Версия за $\mathcal{O}(n \log \log n)$, время работы, оптимизация в константу раз.
5. ТЧ. Решето Эратосфена. Версия за $\mathcal{O}(n)$.
6. ТЧ. Подсчёт мультипликативных функций на $[1, n]$ за $\mathcal{O}(n)$: φ , число делителей, сумма делителей.
7. ТЧ. Расширенный алгоритм Евклида, способы обращения числа. Время работы. Поиск обратных к $1..k$ за $\mathcal{O}(k)$.
8. ТЧ. RSA. Алгоритм кодирования, декодирования, сложность вычислений. Взлом в частных случаях.
9. ТЧ. Дискретный логарифм за $\mathcal{O}(\sqrt{p})$. Протокол Диффи–Хеллмана.
10. ТЧ. Первообразный корень: проверка, поиск (без док-ва вероятности попадания). Применение: корень k -й степени по простому модулю – сведение к делению.
11. ТЧ. КТО. Использование в длинной арифметике.

Линейная алгебра и четыре русских

12. Гаусс для полей \mathbb{R} , \mathbb{F}_p за $\mathcal{O}(n^3)$. Решение для треугольной матрицы за $\mathcal{O}(n^2)$. Реализация Гаусса для невырожденной квадратной матрицы. Гаусс в \mathbb{F}_2 за $\mathcal{O}(n^3/w)$.
13. Реализация Гаусса для произвольной матрицы $m \times n$. Свободные переменные. Базис решений. Разложение вектора в базисе.
14. Гаусс и погрешность. Матрица Гильберта. Методы борьбы с погрешностью. Простой метод итераций.
15. Гаусс. Вычисление определителя и обратной матрицы за $\mathcal{O}(n^3)$.
16. Гаусс. *Вероятностные задачи на графах – вычисление вероятностей и матожиданий.*
17. Гаусс. *Разложение вектора в базисе. Проверка принадлежности точки параллелепипеду. Расстояние от точки до подпространства.*
18. Четыре русских. Умножение матриц над \mathbb{F}_2 за $\mathcal{O}(n^3/(w \log n))$.
19. Четыре русских. НОП над константным алфавитом за $\mathcal{O}(n^2/\log n)$.

FFT

20. FFT. База: извлечение корня из комплексного числа, единственность интерполяционного многочлена. Схема умножения многочленов за $\mathcal{O}(n \log n)$. Интерполяция за $\mathcal{O}(n^2)$ (см. практику).
21. FFT. Рекурсивное вычисление DFT за $\mathcal{O}(n \log n)$ (над комплексными числами).
22. FFT. Нерекурсивная оптимизированная реализация за $\mathcal{O}(n \log n)$, обратная битовая запись за $\mathcal{O}(n)$.
23. FFT. Связь обратного DFT и прямого DFT. Вычисление обратного за $\mathcal{O}(n \log n)$.
24. FFT. *Целочисленное DFT. Оптимизация: два вещественных DFT в одном комплексном.* Ограничение на коэффициенты для комплексного случая.
25. FFT. Умножение чисел за $\mathcal{O}(n \log n)$, выбор системы счисления. Возведение в степень.
26. FFT. *Поиск с ошибками. Поиск с ошибками и шаблоном.* (см. практику)
27. Длинная арифметика: хранение, линейные операции, деление чисел за $\mathcal{O}(\frac{n^2}{w})$. Gcd за $\mathcal{O}(\frac{n^2}{w^2})$.
28. Деление чисел и многочленов/чисел за $\mathcal{O}(n \log^2 n)$ методом разделяй и властвуй.

Доп на 5+

29. Все пары кратчайших путей в невзвешенном неорграфе за $\mathcal{O}(n^w \log n)$, MAX – CUT в за $o(2^n)$.
30. min-sum-умножение матриц за $o(n^3)$.

Правила сдачи

Вы записываетесь в [google-doc](#). Получаете время сдачи, когда нужно прийти и сдать. В нужный момент вы приходите и говорите “я готов сдавать!”. Если есть свободный принимающий, в ответ вы получаете **три случайных числа** – номера вопросов в каждой из групп, и идёте **20 минут готовиться**. Если вы опоздали более чем на 5 минут, попадаете в живую очередь таких же опоздавших, у вас самый низкий приоритет, но как только кто-то осводится, вас тоже послушают.

При ответе билетов:

1. В **любых** спорных ситуациях подходим к лектору.
2. Лучше рассказать хоть что-то, чем ничего не сказать.
3. Вы готовились к экзамену! Вы должны помнить, что вы должны знать, что к какому билету относится.
4. Если вас спрашивают что-то не из билета, не из программы, не стесняйтесь говорить об этом.
5. Принимающий может в любой момент задать не сложный допвопрос из серии “что такое дек?” или “чем MergeSort лучше QuickSort?”.
6. Если вы плохо знаете свой билет, можно вкратце проговорить, что вы всё-таки по теме помните, и заменить билет. Замена происходит так: принимающий мгновенно генерит псевдослучайное число отличное от предыдущего и говорит вам. Замена билета – минуса к оценке, зависящий от сложности билета.
7. Заменять билет можно только один раз.
8. Вы получаете 3 билета. По каждому у принимающего магическим образом складывается в голове оценка от 0 до 1 – уровень ваших знаний. Ваша оценка – сумма этих чисел, число от 0 до 3. Какие из этих чисел сообщать вам, а какие нет, решает принимающий. Вывод о ваших знаниях принимающий может описать вам не числом, а лишь на словах “тут вы почти ничего не знаете”, “этот билет вы ответили идеально”.

Алгоритм выставления оценки:

- a) Меньше 1.33 – двойка. Ваши знания не удовлетворительны.
- b) Больше 2.66 – пятёрка. Вы круты.
- c) 2.2 и больше – точно четвёрка.
- d) 1.8 и меньше – точно тройка.
- e) Если от 1.8 до 2.2, то идёт серия простых и не очень допвопросов, помогающих уточнить оценку.