

## Содержание

<b>11.base [1/1]</b>	<b>3</b>
Задача 11А. Путь в случайном графе [0.3 sec, 256 mb]	3
<b>11.advanced [3/4]</b>	<b>4</b>
Задача 11В. Path. Кратчайший путь [0.6 sec, 256 mb]	4
Задача 11С. Лабиринт знаний [0.5 sec, 256 mb]	5
Задача 11D. Цикл отрицательного веса [0.1 sec, 256 mb]	6
Задача 11Е. Currency Exchange [0.1 sec, 256 mb]	7
<b>11.hard [0/3]</b>	<b>8</b>
Задача 11F. Цикл минимального среднего веса [0.8 sec, 256 mb]	8
Задача 11G. Потенциал [1.5 sec, 256 mb]	9
Задача 11H. Грамматика [1.5 sec, 256 mb]	10

### Общая информация:

Вход в констест: <http://contest.yandex.ru/contest/3453/>

**Дедлайн на задачи: 9 дней, до 2016-11-20 23:59.**

К каждой главе есть более простые задачи (base), посложнее (advanced), и сложные (hard).

В скобках к каждой главе написано сколько любых задач из этой главы нужно сдать.

Сайт курса: <https://compscicenter.ru/courses/algorithms-1/2016-autumn/>

Семинары ведут Сергей Копелиович ([burunduk30@gmail.com](mailto:burunduk30@gmail.com), [vk.com/burunduk1](https://vk.com/burunduk1)) и Алексей Кладов ([aleksey.kladov@gmail.com](mailto:aleksey.kladov@gmail.com)).

В каждой условии указан таймлимит для C/C++.

Таймлимит для Java примерно в 2-3 раза больше.

Таймлимит для Python примерно в 6 раз больше.

### C++:

Быстрый ввод-вывод.

[http://acm.math.spbu.ru/~sk1/algo/input-output/fread\\_write\\_export.cpp.html](http://acm.math.spbu.ru/~sk1/algo/input-output/fread_write_export.cpp.html) Более подробно про ввод-вывод.

[http://acm.math.spbu.ru/~sk1/algo/input-output/cpp\\_common.html](http://acm.math.spbu.ru/~sk1/algo/input-output/cpp_common.html)

В некоторых задачах нужен STL, который активно использует динамическую память (set-ы, map-ы) переопределение стандартного аллокатора ускорит вашу программу:

<http://acm.math.spbu.ru/~sk1/algo/memory.cpp.html>

### Java:

Быстрый ввод-вывод.

[http://acm.math.spbu.ru/~sk1/algo/input-output/java/java\\_common.html](http://acm.math.spbu.ru/~sk1/algo/input-output/java/java_common.html)

## 11.base [1/1]

### Задача 11А. Путь в случайном графе [0.3 sec, 256 mb]

Дан случайный взвешенный ориентированный граф из  $n$  вершин,  $m$  рёбер. Гарантируется, что в графе нет отрицательных циклов. Ваша задача – найти расстояние от вершины  $s$  до вершины  $t$ . Что такое случайный граф? Рёбра равномерно случайного веса между равномерно случайными вершинами.

#### Формат входных данных

На первой строке  $n m s t$  ( $1 \leq n \leq 100\,000$ ,  $0 \leq m \leq 200\,000$ ,  $1 \leq s, t \leq n$ ). На следующих  $m$  строках тройки чисел  $a_i b_i w_i$  ( $1 \leq a, b \leq n$ ,  $|w| < 10^9$ ), рёбра из  $a_i$  в  $b_i$  веса  $w_i$ .

#### Формат выходных данных

Одно число – длину кратчайшего пути.

Если пути из  $s$  в  $t$  не существует, выведите число  $10^{18}$ .

#### Примеры

fb.in	fb.out
2 0 1 2	10000000000000000000
3 4 1 3 1 2 20 2 3 -15 1 3 10 3 1 -4	5

## Замечание

Подробно разобрана на семинаре

## 11.advanced [3/4]

### Задача 11В. Path. Кратчайший путь [0.6 sec, 256 mb]

Дан взвешенный ориентированный граф и вершина  $s$  в нем. Требуется для каждой вершины  $u$  найти длину кратчайшего пути из  $s$  в  $u$ .

#### Формат входных данных

Первая строка входного файла содержит  $n$ ,  $m$  и  $s$  — количество вершин, ребер и номер выделенной вершины соответственно ( $2 \leq n \leq 2\,000$ ,  $1 \leq m \leq 6\,000$ ).

Следующие  $m$  строк содержат описание ребер. Каждое ребро задается стартовой вершиной, конечной вершиной и весом ребра. Вес каждого ребра — целое число, не превосходящее  $10^{15}$  по модулю. В графе могут быть кратные ребра и петли.

#### Формат выходных данных

Выведите  $n$  строк — для каждой вершины  $u$  выведите длину кратчайшего пути из  $s$  в  $u$ , '\*' если не существует путь из  $s$  в  $u$  и '-' если не существует кратчайший путь из  $s$  в  $u$ .

#### Пример

path.in	path.out
6 7 1	0
1 2 10	10
2 3 5	-
1 3 100	-
3 5 7	-
5 4 10	*
4 3 -18	
6 1 -1	

### Задача 11С. Лабиринт знаний [0.5 sec, 256 mb]

Участникам сборов подарили билеты на аттракцион “Лабиринт знаний”. Лабиринт представляет собой  $N$  комнат, занумерованных от 1 до  $N$ , между некоторыми из которых есть двери. Когда человек проходит через дверь, показатель его знаний изменяется на определенную величину, фиксированную для данной двери. Вход в лабиринт находится в комнате 1, выход — в комнате  $N$ . Каждый участник сборов проходит лабиринт ровно один раз и набирает некоторое количество знаний (при входе в лабиринт этот показатель равен нулю). Ваша задача — показать наилучший результат.

#### Формат входных данных

Первая строка входного файла содержит целые числа  $N$  ( $1 \leq N \leq 2000$ ) — количество комнат и  $M$  ( $0 \leq M \leq 10000$ ) — количество дверей. В каждой из следующих  $M$  строк содержится описание двери — номера комнат, из которой она ведет и в которую она ведет (через дверь в лабиринте можно ходить только в одну сторону), а также целое число, которое прибавляется к количеству знаний при прохождении через дверь (это число по модулю не превышает 10000). Двери могут вести из комнаты в нее саму, между двумя комнатами может быть более одной двери.

#### Формат выходных данных

В выходной файл выведите “:)” — если можно пройти лабиринт и получить неограниченно большой запас знаний, “:(” — если лабиринт пройти нельзя, и максимальное количество набранных знаний в противном случае.

#### Пример

maze.in	maze.out
2 2	5
1 2 5	
1 2 -5	

### Задача 11D. Цикл отрицательного веса [0.1 sec, 256 mb]

Дан ориентированный граф. Определите, есть ли в нем цикл отрицательного веса, и если да, то выведите его.

#### Формат входных данных

Во входном файле в первой строке число  $N$  ( $1 \leq N \leq 100$ ) — количество вершин графа. В следующих  $N$  строках находится по  $N$  чисел — матрица смежности графа. Все веса ребер не превышают по модулю 10 000. Если ребра нет, то соответствующее число равно 100 000.

#### Формат выходных данных

В первой строке выходного файла выведите «YES», если цикл существует или «NO» в противном случае. При его наличии выведите во второй строке количество вершин в искомом цикле и в третьей строке — вершины входящие в этот цикл в порядке обхода.

#### Пример

negcycle.in	negcycle.out
2	YES
0 -1	2
-1 0	1 2

#### Замечание

Разобрана на лекции

### Задача 11Е. Currency Exchange [0.1 sec, 256 mb]

Several currency exchange points are working in our city. Let us suppose that each point specializes in two particular currencies and performs exchange operations only with these currencies. There can be several points specializing in the same pair of currencies. Each point has its own exchange rates, exchange rate of  $A$  to  $B$  is the quantity of  $B$  you get for  $1A$ . Also each exchange point has some commission, the sum you have to pay for your exchange operation. Commission is always collected in source currency.

For example, if you want to exchange 100 US Dollars into Russian Rubles at the exchange point, where the exchange rate is 29.75, and the commission is 0.39 you will get  $(100 - 0.39) \cdot 29.75 = 2963.3975$  RUR.

You surely know that there are  $N$  different currencies you can deal with in our city. Let us assign unique integer number from 1 to  $N$  to each currency. Then each exchange point can be described with 6 numbers: integer  $A$  and  $B$  – numbers of currencies it exchanges, and real  $RAB$ ,  $CAB$ ,  $RBA$  and  $CBA$  – exchange rates and commissions when exchanging  $A$  to  $B$  and  $B$  to  $A$  respectively.

Nick has some money in currency  $S$  and wonders if he can somehow, after some exchange operations, increase his capital. Of course, he wants to have his money in currency  $S$  in the end. Help him to answer this difficult question. Nick must always have non-negative sum of money while making his operations.

#### Формат входных данных

The first line contains four numbers:  $N$  – the number of currencies,  $M$  – the number of exchange points,  $S$  – the number of currency Nick has and  $V$  – the quantity of currency units he has. The following  $M$  lines contain 6 numbers each – the description of the corresponding exchange point – in specified above order. Numbers are separated by one or more spaces.  $1 \leq S \leq N \leq 100$ ,  $1 \leq M \leq 100$ ,  $V$  is real number,  $0 \leq V \leq 10^3$ .

For each point exchange rates and commissions are real, given with at most two digits after the decimal point,  $10^{-2} \leq rate \leq 10^2$ ,  $0 \leq commission \leq 10^2$ .

Let us call some sequence of the exchange operations simple if no exchange point is used more than once in this sequence. You may assume that ratio of the numeric values of the sums at the end and at the beginning of any simple sequence of the exchange operations will be less than  $10^4$ .

#### Формат выходных данных

If Nick can increase his wealth, output YES, in other case output NO.

#### Примеры

currency.in	currency.out
3 2 1 10.0 1 2 1.0 1.0 1.0 1.0 2 3 1.1 1.0 1.1 1.0	NO
3 2 1 20.0 1 2 1.0 1.0 1.0 1.0 2 3 1.1 1.0 1.1 1.0	YES

#### Замечание

Разобрана на семинаре

## 11.hard [0/3]

### Задача 11F. Цикл минимального среднего веса [0.8 sec, 256 mb]

Дан ориентированный граф, содержащий  $n$  вершин и  $m$  ребер. Каждое ребро имеет некоторый вес. Простым циклом называется последовательность ребер  $(a_1, b_1), (a_2, b_2), \dots, (a_k, b_k)$  такая, что все  $a_i$  различны,  $b_i = a_{i+1}$ ,  $b_k = a_1$ . Весом цикла называется сумма весов составляющих его ребер. Средним весом цикла называется отношение веса цикла к числу составляющих его ребер.

Требуется найти в графе **простой** цикл минимального среднего веса.

#### Формат входных данных

Первая строка входного файла содержит числа  $n$  и  $m$  ( $3 \leq n \leq 1000$ ,  $3 \leq m \leq 2000$ ). Следующие  $m$  строк описывают ребра графа. Каждое ребро описывается тремя целыми числами  $u_i$ ,  $v_i$  и  $w_i$ : номер начальной вершины, номер конечной вершины и вес ребра ( $1 \leq u_i, v_i \leq n$ ,  $-1000 \leq w_i \leq 1000$ ). Гарантируется, что в графе есть цикл. В графе может быть несколько ребер между одной и той же парой вершин, а также могут быть петли.

#### Формат выходных данных

На первой строке выведите число  $z$  — минимальный возможный средний вес цикла в заданном графе. На второй строке выведите число  $k$  — число ребер в таком цикле. На третьей строке выведите  $k$  чисел — номера ребер в порядке обхода вдоль цикла. Ребра пронумерованы от 1 до  $m$  в порядке, в котором они заданы во входном файле. Если возможных циклов несколько, можно вывести любой. Требуется вывести простой цикл. Число  $z$  должно быть выведено с абсолютной или относительной погрешностью  $10^{-9}$ .

#### Пример

meancycle.in	meancycle.out
5 8	2.5
1 2 10	4
2 3 1	2 3 4 7
3 4 2	
4 5 3	
5 1 8	
5 5 7	
5 2 4	
3 5 4	

#### Замечание

Разобрана на семинаре

### Задача 11G. Потенциал [1.5 сек, 256 mb]

Дан взвешенный ориентированный граф. Пусть у каждой вершины есть потенциал  $\Phi_i$ . Тогда к весу каждого ребра прибавляется потенциал начала и вычитается потенциал конца.

Требуется найти такие целые  $\Phi_i$ , чтобы веса у всех рёбер были одинаковыми.

#### Формат входных данных

В первой строке задано целое число  $t$  — количество тестовых случаев.

В первой строке каждого тестового случая заданы целые числа  $n$  и  $m$  ( $1 \leq n \leq 300\,000$ ,  $0 \leq m \leq 300\,000$ ) — количество вершин и рёбер в графе. В следующих  $m$  строках задано по три целых числа  $x_i$ ,  $y_i$  и  $w_i$  ( $1 \leq x_i, y_i \leq n$ ,  $-10^9 \leq w_i \leq 10^9$ ) — начало, конец и вес ребра. Гарантируется, что граф не содержит кратных рёбер и петель.

Также гарантируется, что сумма всех  $n$  и  $m$  по всем тестовым случаям не превосходит 600 000.

#### Формат выходных данных

Для каждого тестового случая выведите «YES», если существует целочисленное решение, и «NO» в противном случае.

Если ответ положительный, то в следующей строке выведите  $n$  целых чисел — потенциалы вершин. Все выведенные числа должны быть не больше  $10^{18}$  по абсолютной величине. Гарантируется, что если ответ существует, то существует и ответ, удовлетворяющий этому ограничению.

Если возможных ответов несколько, выведите любой из них.

#### Пример

potential.in	potential.out
2	YES
5 4	0 -1 1 2 181
1 2 -1	YES
2 3 2	0 0 0 0 -1
3 4 1	
4 5 179	
5 5	
1 2 1	
2 3 1	
3 4 1	
4 5 0	
5 1 2	

### Задача 11Н. Грамматика [1.5 сек, 256 mb]

*Формальной грамматикой* называется способ описания формального языка, представляющий собой четвёрку  $\Gamma = \langle \Sigma, N, S \in N, P \subset N^+ \times (\Sigma \cup N)^* \rangle$ , где  $\Sigma$  — алфавит, элементы которого называют *терминалами*,  $N$  — множество, элементы которого называют *нетерминалами*,  $S$  — начальный нетерминал грамматики,  $P$  — набор *правил вывода* вида  $\alpha \rightarrow \beta$ .

Здесь  $N^+$  — это все строки из одного или нескольких элементов множества  $N$  (непустые строки из нетерминалов), а  $(\Sigma \cup N)^*$  — это все строки из нуля, одного или нескольких элементов множества  $(\Sigma \cup N)$  (строки из терминалов и нетерминалов, включая пустую).

Грамматика называется *контекстно-свободной*, если в левой части каждого правила вывода всегда стоит только один нетерминал, то есть верно более сильное условие для правил:  $P \subset N \times (\Sigma \cup N)^*$ .

Для примера рассмотрим такую грамматику (второй тестовый случай примера) над алфавитом  $\Sigma = \{a, b\}$ , множеством нетерминалов  $N = \{S, A\}$  и двумя правилами вывода:

1.  $S \rightarrow bA$
2.  $A \rightarrow aa$

Она, очевидно, является контекстно-свободной.

Чтобы получить язык, описываемый грамматикой, нужно взять строку, составленную из одного начального нетерминала  $S$ , и применить к ней один или несколько раз какие-либо правила вывода. Применение правила вывода состоит в нахождении в текущей строке в каком-либо месте строки из левой части этого правила и замены её на правую часть этого же правила вывода. *Языком* грамматики  $\Gamma$  будет называться множество всех строк, состоящих **только** из терминальных символов и выводимых по такому принципу.

Например, в языке описанной выше грамматики есть строка **baa**, выводимая следующим образом:  $S \rightarrow bA \rightarrow baa$ . Более того, других строк в её языке нет.

Но бывают и грамматики, в языке которых бесконечное количество строк. А бывают и такие, язык которых пуст.

Вам дана контекстно-свободная грамматика, алфавит в которой состоит из двух терминалов «a» и «b». Ваша задача — проверить, есть ли в её языке строка, в которой символ «a» встречается строго большее число раз, чем символ «b».

Нетерминалы в этой задаче будут нумероваться числами от 1 до  $n$ . Начальный нетерминал всегда имеет номер 1.

### Формат входных данных

Во вводе заданы один или несколько тестовых случаев.

В первой строке каждого тестового случая записаны два числа  $n$  и  $m$  — число нетерминалов и количество правил вывода ( $1 \leq n \leq 100$ ,  $1 \leq m \leq 50\,000$ ).

Далее следуют  $m$  строк, каждая из которых описывает одно правило вывода в следующем виде. Сначала заданы  $A_i$  и  $k_i$  — номер нетерминала в левой части ( $1 \leq A_i \leq n$ ) и число объектов в правой части правила вывода ( $0 \leq k_i \leq 100$ ), далее следует  $k_i$  объектов, каждый из которых — либо нетерминал  $B_{i,j}$  ( $1 \leq B_{i,j} \leq n$ ), либо один из терминалов «a» или «b». Объекты разделяются одиночными пробелами.

Общая сумма значений  $n$  по всем тестовым случаям не превосходит 1000, а общая сумма значений  $m$  не превосходит 50 000. Размер ввода не превышает 5 мегабайт.

Ввод завершается строкой из двух нулей.

## Формат выходных данных

Для каждого из тестовых случаев необходимо вывести на отдельной строке «YES», если в языке данной грамматики есть строка, в которой количество букв «a» строго больше, чем количество букв «b», и «NO» в противном случае.

## Пример

grammar.in	grammar.out
2 2	NO
1 2 a 2	YES
2 1 b	NO
2 2	
1 2 b 2	
2 2 a a	
2 2	
1 2 b 2	
2 3 a a 1	
0 0	