

## Содержание

<b>6.base [3/3]</b>	<b>3</b>
Задача 6A. Ядра [0.2 sec, 256 mb]	3
Задача 6B. Ход конём [0.2 sec, 256 mb]	4
Задача 6C. Котята с пирожками [0.2 sec, 256 mb]	5
<b>6.advanced [4/7]</b>	<b>6</b>
Задача 6A. Наилучшее приближение [0.8 sec, 2 mb]	6
Задача 6B. Свертка [0.2 sec, 256 mb]	7
Задача 6C. Удаление скобок — 2 [0.2 sec, 256 mb]	8
Задача 6D. Коммивояжёр возвращается! [2 sec, 256 mb]	9
Задача 6E. Крышки [2 sec, 256 mb]	10
Задача 6F. Сумма всего подряд [0.5 sec, 256 mb]	11
Задача 6G. Шаблоны [0.8 sec, 2 mb]	12
<b>6.hard [0/3]</b>	<b>13</b>
Задача 6A. Почтовые отделения [0.5 sec, 256 mb]	13
Задача 6B. Интересное число [0.3 sec, 256 mb]	14
Задача 6C. Симпатичные узоры 2 [3 sec, 8 mb]	15

### Общая информация:

Вход в констест: <http://contest.yandex.ru/contest/2985/>

**Дедлайн на задачи: 11=9+2 дней, до 2016-10-24 23:59.**

К каждой главе есть более простые задачи (base), посложнее (advanced), и сложные (hard).

В скобках к каждой главе написано сколько любых задач из этой главы нужно сдать.

Сайт курса: <https://compscicenter.ru/courses/algorithms-1/2016-autumn/>

Семинары ведут Сергей Копелиович ([burunduk30@gmail.com](mailto:burunduk30@gmail.com), [vk.com/burunduk1](https://vk.com/burunduk1)) и Алексей Кладов ([aleksey.kladov@gmail.com](mailto:aleksey.kladov@gmail.com)).

В каждом условии указан таймлимит для C/C++.

Таймлимит для Java примерно в 2-3 раза больше.

Таймлимит для Python примерно в 6 раз больше.

### C++:

Быстрый ввод-вывод.

[http://acm.math.spbu.ru/~sk1/algo/input-output/fread\\_write\\_export.cpp.html](http://acm.math.spbu.ru/~sk1/algo/input-output/fread_write_export.cpp.html) Более подробно про ввод-вывод.

[http://acm.math.spbu.ru/~sk1/algo/input-output/cpp\\_common.html](http://acm.math.spbu.ru/~sk1/algo/input-output/cpp_common.html)

В некоторых задачах нужен STL, который активно использует динамическую память (set-ы, map-ы) переопределение стандартного аллокатора ускорит вашу программу:

<http://acm.math.spbu.ru/~sk1/algo/memory.cpp.html>

### Java:

Быстрый ввод-вывод.

[http://acm.math.spbu.ru/~sk1/algo/input-output/java/java\\_common.html](http://acm.math.spbu.ru/~sk1/algo/input-output/java/java_common.html)

## 6.base [3/3]

### Задача 6А. Ядра [0.2 сек, 256 mb]

Капитан Вася всегда держит на своем корабле запас пушечных ядер для борьбы с пиратами. Так как он привык во всем поддерживать порядок, он хранит ядра в виде пирамид. Каждый из слоев одной пирамиды является равносторонним заполненным ядрами треугольником, сторона которого содержит ровно  $k$  ядер. Сторона основания пирамиды состоит из  $n$  ядер, в следующем слое сторона состоит из  $n - 1$  ядра, и т.д., пока на вершину не будет положено одно ядро (которое является равносторонним треугольником со стороной 1).

Например, пирамида размера 3 состоит из трех уровней, выглядящих так (сверху вниз):

```
X
X
X X
X
X X
X X X
```

Ясно, что каждый из треугольников может содержать только 1, 3, 6, 10 и т.д. ядер. Таким образом, пирамида может содержать только 1, 4, 10, 20, и т.д. ядер.

Вася отправляется в плавание и берет с собой ровно  $m$  ядер. Какое минимальное число пирамид требуется ему сложить из них на своем корабле?

#### Формат входных данных

В первой строке входного файла записано количество тестов  $1 \leq T \leq 20$ . В последующих  $T$  строках задается количество ядер в  $i$ -м тесте  $1 \leq m_i \leq 300\,000$ .

#### Формат выходных данных

Для каждого из  $T$  тестов входного файла выведите в отдельной строке минимальное количество пирамид.

#### Пример

balls.in	balls.out
5	1
1	2
5	3
9	3
15	2
91	

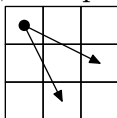
#### Замечание

Важно решать за  $\mathcal{O}(T + f(n))$ , где  $n \leq 300\,000$ .

### Задача 6В. Ход конём [0.2 sec, 256 mb]

Дана прямоугольная доска  $N \times M$  ( $N$  строк и  $M$  столбцов). В левом верхнем углу находится шахматный конь, которого необходимо переместить в правый нижний угол доски.

При этом конь может ходить следующим образом:



Необходимо определить, сколько существует различных маршрутов, ведущих из левого верхнего в правый нижний угол.

#### Формат входных данных

В первой строке входного файла находятся два натуральных числа  $N$  и  $M$  ( $1 \leq N, M \leq 50$ ).

#### Формат выходных данных

В выходной файл выведите единственное число — количество способов добраться конём до правого нижнего угла доски.

#### Пример

knight.in	knight.out
3 2	1
31 34	293930

### Задача 6С. Котята с пирожками [0.2 sec, 256 mb]

Однажды  $n$  котят решили покушать пирожков. Однако котят много, поэтому им непросто выбрать начинку, которая всех порадует. Известно, что группа из не более чем  $k$  котят всегда может прийти к консенсусу, а вот большая группа обязательно разобьётся на две, принципиально несогласные друг с другом. Котята — существа справедливые, поэтому размеры этих групп будут отличаться не более чем на один.

Группы, размер которых всё ещё окажется больше  $k$  после такого разделения, продолжат спорить и разделяться на меньшие по тому же принципу. Определите, сколько групп котят в итоге отправятся за пирожками.

#### Формат входных данных

В единственной строке входного файла записаны целые числа  $n$  и  $k$  — количество котят и критический размер группы, соответственно ( $1 \leq n, k \leq 10^{18}$ ). Числа записаны без ведущих нулей.

#### Формат выходных данных

Выведите единственное целое число — итоговое количество групп. Число должно быть также записано без ведущих нулей.

#### Пример

kittens.in	kittens.out
17 4	5

#### Замечание

Будьте максимально ленивы.

## 6.advanced [4/7]

### Задача 6А. Наилучшее приближение [0.8 сек, 2 mb]

Вам даны  $N$  целых чисел. Ваша задача — вставить ровно по одному знаку “+” или “-” между каждой парой соседних таким образом, чтобы сделать значение получившегося выражения максимально близким к заданному числу  $A$ .

#### Формат входных данных

Первая строка входного файла содержит два целых числа:  $N$  ( $1 \leq N \leq 10\,000$ ) и  $A$ , которое по модулю не превосходит 10 000. Далее следуют  $N$  строк, в каждой из которых содержится ровно одно целое число  $X_i$ , не превосходящее по модулю 10 000. Кроме того, гарантируется, что сумма абсолютных величин всех  $N$  чисел также не превосходит 10 000.

#### Формат выходных данных

В первой строке необходимо вывести значение получившегося выражения (которое должно быть настолько близко к  $A$ , насколько это возможно). Во второй строке необходимо вывести само выражение, дающее такое значение, в форме  $X_1[+|-]X_2[+|-] \dots X_{N-1}[+|-]X_N$ . Если оптимальных решений несколько, то разрешается выводить любое из них.

#### Пример

nearest.in	nearest.out
3 0	0
3	3+-2-1
-2	
1	

#### Замечание

Рюкзак. Помните, мы умеем его решать с восстановлением ответа и линейной памятью?

### Задача 6В. Свертка [0.2 сек, 256 mb]

Петя хочет сократить запись последовательности, состоящей из заглавных латинских букв. Для этого он может свернуть ее повторяющиеся подпоследовательности. Например, последовательность АААААААААВ АВ АВ СС D может быть записана как 10(A)2(BA)B2(C)D.

Формальной определением свернутой последовательности и соответствующей ей операции развертки дается следующим образом:

- Последовательность, которая содержит единственный символ от 'A' до 'Z' представляет из себя свернутую последовательность. При развертке такой последовательности получается она сама.
- Если  $S$  и  $Q$  — свернутые последовательности, то  $SQ$  также свернутая последовательность. Если при развертке строки  $S$  получается строка  $S'$ , а при развертке  $Q$  получается  $Q'$ , то при развертке  $SQ$  получается строка  $S'Q'$ .
- Если  $S$  — свернутая последовательность, то  $X(S)$  также свернутая последовательность, где  $X$  это десятичное представление целого числа большего единицы. Если при развертке строки  $S$  получается строка  $S'$ , то при развертке  $X(S)$  получается строка  $S'$ , повторенная  $X$  раз.

Петя хочет свернуть заданную последовательность таким образом, чтобы результат содержал наименьшее число символов.

#### Формат входных данных

Входной файл содержит непустую строку, состоящую из заглавных латинских букв. Длина строки не превышает 100 символов.

#### Формат выходных данных

В выходной файл выведите одну строку, содержащую наименьшую последовательность развертка которой даст строку, заданную во входном файле.

Если ответов несколько — выведите любой из них.

#### Пример

folding.in	folding.out
AAAAAAAAAВ АВ АВ СС D	9(A)3(AB)CCD
NEERCYESYESYESNEERCYESYESYES	2(NEERC3(YES))

#### Замечание

Разобрано на паре.

Решение за  $\mathcal{O}(n^3)$  точно получит ОК.

### Задача 6С. Удаление скобок — 2 [0.2 сек, 256 mb]

Дана строка, составленная из круглых, квадратных и фигурных скобок. Определите, какое наименьшее количество символов необходимо удалить из этой строки, чтобы оставшиеся символы образовывали правильную скобочную последовательность.

#### Формат входных данных

Во входном файле записана строка из круглых, квадратных и фигурных скобок. Длина строки не превосходит 100 символов.

#### Формат выходных данных

Выведите строку максимальной длины, являющуюся правильной скобочной последовательностью, которую можно получить из исходной строки удалением некоторых символов. Если возможных ответов несколько, выведите любой из них.

#### Примеры

erase.in	erase.out
([]]	[]
{([[]{}]}	([]{})
]{}[	

#### Замечание

Разобрано на паре.



### Задача 6D. Коммивояжёр возвращается! [2 sec, 256 mb]

Коммивояжёр возвращается в систему Альфы Центавра! Население системы с нетерпением ждёт его прибытия — каждый хочет приобрести что-нибудь с далёких планет!

Как обычно, коммивояжёр хочет минимизировать транспортные расходы. Он выбирает начальную планету, прилетает туда на межгалактическом корабле, после чего посещает все остальные планеты системы в порядке, минимизирующем суммарную стоимость посещения, и на другом межгалактическом корабле улетает обратно. Естественно, коммивояжёр не хочет летать ни на какую планету дважды.

Найдите оптимальный маршрут для коммивояжёра. Массы больше не могут ждать!

#### Формат входных данных

В системе Альфы Центавра  $n$  планет. Это число записано в первой строке входного файла ( $1 \leq n \leq 19$ ). Следующие  $n$  строк содержат по  $n$  чисел каждая:  $j$ -ое число на  $i$ -ой из этих строк — стоимость перемещения  $a_{ij}$  от  $i$ -ой планеты до  $j$ -ой. Числа в каждой строке разделены пробелами. Числа  $a_{ii}$  не несут полезной информации. Все числа во входном файле положительны и не превосходят  $10^8$ .

#### Формат выходных данных

В первой строке выходного файла выведите минимальную суммарную стоимость посещения всех планет. Во второй строке выведите  $n$  чисел через пробел — номера планет системы в порядке их посещения. Если оптимальных маршрутов несколько, можно вывести любой из них.

#### Пример

salesman.in	salesman.out
3	5
8 1 6	3 1 2
3 5 7	
4 9 2	

#### Замечание

Разобрано на паре.

### Задача 6Е. Крышки [2 sec, 256 mb]

У программиста Петрова есть хобби — собирать крышки от пивных бутылок. Ничего странного, он знает еще с сотню программистов, которые очень уважают пиво. Да, они тоже собирают крышки. Не все из них, конечно, но некоторые. Если честно, то часть своих крышек он просто купил, уже без бутылок. Да, это не совсем спортивно, зато коллекция теперь более солидная. Одна вот беда — не хватает ему для полноты коллекции еще нескольких редких крышек. Он даже нашел в Интернете программистов, которые согласны продать их ему. Некоторые даже продают крышки сразу наборами, с большой скидкой. Почему продают, да еще со скидкой? А вы попробуйте объяснить жене, какая польза от пивных крышек. Она же не программист. Осталось выбрать оптимальные предложения. Если объяснить жене зачем надо хранить крышки еще возможно, то почему на них надо тратить деньги — точно не поймет. Поэтому надо купить как можно дешевле. Петров выписал на бумажку все варианты и задумался. Купить сразу все не получится, никаких денег не хватит. Тогда надо купить самые необходимые, но подешевле. Да уж, без программы тут не обойдешься...

#### Формат входных данных

В первой строке записано число  $N$  — количество недостающих Петрову крышек ( $1 \leq N \leq 20$ ). Далее идет  $N$  строк — цена, за которую можно купить эту крышку, если покупать ее отдельно. В следующей строке стоит число  $M$  ( $0 \leq M \leq 100$ ) — количество предложений по продаже наборов, содержащих нужные ему крышки. Далее идет  $M$  строк описывающих эти наборы. В каждой строке первое число — цена набора, второе — количество крышек в наборе, далее перечислены номера крышек (каждый номер от 1 до  $N$ ), которые в этот набор входят. Номера в наборе не повторяются. Все цены — положительные числа, не превосходящие 2000. В последней строке перечислен минимальный набор крышек, который Петров намерен купить в любом случае.

#### Формат выходных данных

Выведите минимальную сумму, необходимую Петрову, чтобы купить все крышки из приведённого в последней строке набора.

#### Примеры

bottletaps.in	bottletaps.out
4	25
10	
11	
12	
13	
3	
17 2 1 3	
25 3 2 3 4	
15 2 3 4	
3 1 3 4	

#### Замечание

$\mathcal{O}(2^n m)$  получает ОК.

### Задача 6F. Сумма всего подряд [0.5 сек, 256 mb]

Дан случайный граф. Нужно для каждого множества вершин  $A$  посчитать  $f(A)$ , количество независимых подмножеств вершин  $B$ :  $B \subseteq A$ . Множество вершин  $B$  называется независимым, если в графе нет ребра, оба конца которого лежат в множестве  $B$ .

#### Формат входных данных

На первой строке число вершин  $n \geq 1$  и число ребер  $m \geq 1$ .

Следующие  $m$  строк содержат пары чисел от 1 до  $n$  — ребра графа.

В графе нет ни петель, ни кратных ребер.

#### Формат выходных данных

Каждому множеству  $A$  можно сопоставить целое число  $b(A)$ , двоичная запись которого соответствует наличию элементов в множестве  $A$ . Пример:  $n = 5, A = \{1, 2, 5\}, b(A) = 2^0 + 2^1 + 2^4 = 19$ . Выведите  $\sum_A f(A)2^{b(A)} \bmod (10^9 + 7)$

Ограничения:  $1 \leq n \leq 23$ .

#### Примеры

subsetsum.in	subsetsum.out
3 1 1 2	1221

#### Пояснение к примеру

Независимыми являются множества вершин  $\{\}, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}$ .

$$A = \{\} \quad f(A) = 1 \quad b(A) = 0$$

$$A = \{1\} \quad f(A) = 2 \quad b(A) = 2^0 = 1$$

$$A = \{2\} \quad f(A) = 2 \quad b(A) = 2^1 = 2$$

$$A = \{1, 2\} \quad f(A) = 3 \quad b(A) = 2^0 + 2^1 = 3$$

$$A = \{3\} \quad f(A) = 2 \quad b(A) = 2^2 = 4$$

$$A = \{1, 3\} \quad f(A) = 4 \quad b(A) = 2^0 + 2^2 = 5$$

$$A = \{2, 3\} \quad f(A) = 4 \quad b(A) = 2^1 + 2^2 = 6$$

$$A = \{1, 2, 3\} \quad f(A) = 6 \quad b(A) = 2^0 + 2^1 + 2^2 = 7$$

$$1 \cdot 2^0 + 2 \cdot 2^1 + 2 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2^3 + 2 \cdot 2^4 + 4 \cdot 2^5 + 4 \cdot 2^6 + 6 \cdot 2^7 = 1221$$

#### Замечание

$\mathcal{O}(2^n)$  разобрано на паре.

### Задача 6G. Шаблоны [0.8 sec, 2 mb]

Многие операционные системы используют шаблоны для ссылки на группы объектов: файлов, пользователей, и т. д. Ваша задача — реализовать простейший алгоритм проверки шаблонов для имен файлов.

В этой задаче алфавит состоит из маленьких букв английского алфавита и точки ('.'). Шаблоны могут содержать произвольные символы алфавита, а также два специальных символа: '?' и '\*'. Знак вопроса ('?') соответствует ровно одному произвольному символу. Звездочка '\*' соответствует подстроке произвольной длины (возможно, нулевой). Символы алфавита, встречающиеся в шаблоне, отображаются на ровно один такой же символ в проверяемой строке. Строка считается подходящей под шаблон, если символы шаблона можно последовательно отобразить на символы строки таким образом, как описано выше. Например, строки "ab", "aab" и "beda." подходят под шаблон "\*a?", а строки "bebe", "a" и "ba" — нет.

#### Формат входных данных

Первая строка входного файла определяет шаблон  $P$ . Вторая строка  $S$  состоит только из символов алфавита. Ее необходимо проверить на соответствие шаблону. Длины обеих строк не превосходят 10 000. Строки могут быть пустыми — будьте внимательны!

#### Формат выходных данных

Если данная строка подходит под шаблон, выведите YES. Иначе выведите NO.

#### Примеры

patterns.in	patterns.out
k?t*n kitten	YES
k?t?n kitten	NO

#### Замечание

Это простая квадратная динамика.

$f[i, j]$  — подходит ли.

## 6.hard [0/3]

### Задача 6А. Почтовые отделения [0.5 sec, 256 mb]

Вдоль прямой дороги расположены деревни. Дорога представляется целочисленной осью, а расположение каждой деревни задается одним целым числом — координатой на этой оси. Никакие две деревни не имеют одинаковых координат. Расстояние между двумя деревнями вычисляется как модуль разности их координат.

В некоторых, не обязательно во всех, деревнях будут построены почтовые отделения. Деревня и расположенное в ней почтовое отделение имеют одинаковые координаты. Почтовые отделения необходимо расположить в деревнях таким образом, чтобы общая сумма расстояний от каждой деревни до ближайшего к ней почтового отделения была минимальной.

#### Формат входных данных

В первой строке содержатся два целых числа: количество деревень  $n$  ( $1 \leq n \leq 300$ ) и количество почтовых отделений  $m$  ( $1 \leq m \leq 30$ ),  $m \leq n$ . Вторая строка содержит  $n$  целых чисел в возрастающем порядке, являющихся координатами деревень. Для каждой координаты  $x$  верно  $1 \leq x \leq 10^4$ .

#### Формат выходных данных

Первая строка выходного файла должна содержать одно целое число — общую сумму расстояний от каждой деревни до её ближайшего почтового отделения. Вторая строка должна содержать  $m$  целых чисел в возрастающем порядке. Эти числа являются искомыми координатами почтовых отделений. Если для заданного расположения деревень есть несколько решений, необходимо найти любое из них.

#### Пример

post.in	post.out
10 5	9
1 2 3 6 7 9 11 22 44 50	2 7 22 44 50

#### Замечание

Существует решение за  $\mathcal{O}(mn)$ .

Решение за  $\mathcal{O}((m+n)n^2)$  получит ОК.

### Задача 6В. Интересное число [0.3 сек, 256 mb]

Для заданного числа  $n$  найдите наименьшее положительное целое число с суммой цифр  $n$ , которое делится на  $n$ .

#### Формат входных данных

Во входном файле содержится целое число  $n$  ( $1 \leq n \leq 1000$ ).

#### Формат выходных данных

Выходной файл должен содержать искомое число. Ведущие нули выводить не разрешается.

#### Пример

number.in	number.out
1	1
10	190

#### Замечание

$O(n^3)$  не получает ОК.

### Задача 6С. Симпатичные узоры 2 [3 sec, 8 mb]

Компания *BrokenTiles* планирует заняться выкладыванием во дворах у состоятельных клиентов узор из черных и белых плиток, каждая из которых имеет размер  $1 \times 1$  метр. Известно, что дворы всех состоятельных людей имеют наиболее модную на сегодня форму прямоугольника  $n \times m$  метров.

Однако при составлении финансового плана у директора этой организации появилось целых две серьезных проблемы: во первых, каждый новый клиент очевидно захочет, чтобы узор, выложенный у него во дворе, отличался от узоров всех остальных клиентов этой фирмы, а во вторых, этот узор должен быть симпатичным.

Как показало исследование, узор является симпатичным, если в нем нигде не встречается квадрата  $2 \times 2$  метра, полностью покрытого плитками одного цвета.

Для составления финансового плана директору необходимо узнать, сколько клиентов он сможет обслужить, прежде чем симпатичные узоры данного размера закончатся. Помогите ему!

#### Формат входных данных

На первой строке входного файла находятся два натуральных числа  $n$  и  $m$ .  $1 \leq n \cdot m \leq 300$ .

#### Формат выходных данных

Выведите в выходной файл единственное число — количество различных симпатичных узоров, которые можно выложить во дворе размера  $n \times m$  по модулю  $2^{30} + 1$ . Узоры, получающиеся друг из друга сдвигом, поворотом или отражением считаются различными.

#### Пример

nice2.in	nice2.out
2 2	14
3 3	322

#### Замечание

Идея – динамика по скошенному (изломанному) профилю.