

## Содержание

<b>Ёжики и Accepted-ы</b>	<b>2</b>
1 Задача А. Ёжики [2 секунды, 256 mb]	2
<b>Обязательные задачи</b>	<b>3</b>
2 Задача В. Pairs. Паросочетание [2 секунды, 64 mb]	3
3 Задача С. Минимальное контролирующее множество [2 секунды, 64 mb]	4
<b>Use brains</b>	<b>5</b>
4 Задача D. День рождения [2 секунды, 256 mb]	5
5 Задача Е. Замощение доминошками [2 секунды, 64 mb]	6
6 Задача F. Паросочетание в случайном графе [1 секунда, 64 mb]	7

## Ёжики и Accepted-ы

### 1 Задача А. Ёжики [2 секунды, 256 mb]

Дан неориентированный граф без петель и кратных ребер, требуется найти в нем:

1. Размер минимального контролирующего множества вершин.
2. Размер максимального независимого множества вершин.
3. Размер минимального глобального разреза.

**Def:** контролирующее множество — множество вершин, такое, что у каждого ребра хотя бы один из двух концов лежит в множестве.

**Def:** независимое множество — множество вершин, такое, что никакие две вершины множества не соединены ребром.

**Def:** глобальный разрез — разбиение множества всех вершин  $V$  на непустые  $S$  и  $T$  ( $S \cup T = V, S \cap T = \emptyset$ ). Величиной разреза называется количество ребер между  $S$  и  $T$ .

#### Формат входных данных

В первой строке файла записаны два числа —  $n, m$  (количество вершин и количество ребер).

В следующих  $m$  строках записаны пары чисел. Пара чисел  $xy$  означает, что есть ребро между вершинами  $x$  и  $y$ .

Ограничения:  $2 \leq n \leq 15$ .

#### Формат выходных данных

Выполните 3 числа — ответы для трех задач.

#### Пример

стандартный ввод	стандартный вывод
4 4 1 2 2 3 3 1 3 4	2 2 1

## Обязательные задачи

### 2 Задача В. Pairs. Паросочетание [2 секунды, 64 mb]

*Двудольным графом* называется граф  $(V, E)$ ,  $E \subset V \times V$  такой, что его множество вершин  $V$  можно разбить на два подмножества  $A$  и  $B$ , для которых  $\forall (e_1, e_2) \in E \ e_1 \in A, e_2 \in B$  и  $A, B \subset E, A \cap B = \emptyset$ .

*Паросочетанием* в двудольном графе называется любой его набор несмежных ребер, то есть такой набор  $S \subset E$ , что для любых двух ребер  $e_1 = (u_1, v_1), e_2 = (u_2, v_2)$  из  $S$  выполнено  $u_1 \neq u_2$  и  $v_1 \neq v_2$ .

Ваша задача — найти максимальное паросочтание в двудольном графе, то есть паросочтание с максимально возможным числом ребер.

#### Формат входных данных

В первой строке записаны два целых числа  $n$  и  $m$  ( $1 \leq n, m \leq 250$ ) — число вершин в  $A$  и число вершин в  $B$ .

Далее следуют  $n$  строк с описаниями ребер.  $i$ -я вершина из  $A$  описана в  $i + 1$ -й строке файла. Каждая из этих строк содержит номера вершин из  $B$ , соединенных с  $i$ -й вершиной  $A$ . Вершины в  $A$  и  $B$  нумеруются независимо (с единицы). Список завершается числом 0.

#### Формат выходных данных

Первая строка выходного файла должна содержать одно целое число  $l$  — количество ребер в максимальном паросочетании. Далее должны следовать  $l$  строк, в каждой из которых должны быть два целых числа  $u_j$  и  $v_j$  — концы ребер паросочетания в  $A$  и  $B$ , соответственно.

#### Пример

стандартный ввод	стандартный вывод
2 2	2
1 2 0	1 1
2 0	2 2

### 3 Задача С. Минимальное контролирующее множество [2 секунды, 64 mb]

Требуется построить в двудольном графе минимальное контролирующее множество, если дано максимальное паросочетание.

#### Формат входных данных

В первой строке файла даны два числа  $m$  и  $n$  ( $1 \leq m, n \leq 4000$ ) — размеры долей. Каждая из следующих  $m$  строк содержит список ребер, выходящих из соответствующей вершины первой доли. Этот список начинается с числа  $K_i$  ( $0 \leq K_i \leq n$ ) — количества ребер, после которого записаны вершины второй доли, соединенные с данной вершиной первой доли, в произвольном порядке. Сумма всех  $K_i$  во входном файле не превосходит 500 000. Последняя строка файла содержит некоторое максимальное паросочетание в этом графе —  $m$  чисел  $0 \leq L_i \leq n$  — соответствующая  $i$ -й вершине первой доли вершина второй доли, или 0, если  $i$ -я вершина первой доли не входит в паросочетание.

#### Формат выходных данных

Первая строка содержит размер минимального контролирующего множества. Вторая строка содержит количество вершин первой доли  $S$ , после которого записаны  $S$  чисел — номера вершин первой доли, входящих в контролирующее множество, в возрастающем порядке. Третья строка содержит описание вершин второй доли в аналогичном формате.

#### Пример

стандартный ввод	стандартный вывод
3 2	2
2 1 2	1 1
1 2	1 2
1 2	
1 2 0	

## Use brains

### 4 Задача D. День рождения [2 секунды, 256 mb]

Митя знаком с  $m$  юношами и  $n$  девушками и хочет пригласить часть из них на свой день рождения. Ему известно, с какими девушками знаком каждый юноша, и с какими юношами знакома каждая девушка. Он хочет добиться того, чтобы каждый приглашённый был знаком со всеми приглашёнными противоположного пола, пригласив при этом максимально возможное число своих знакомых. Помогите ему это сделать!

#### Формат входных данных

Входной файл состоит из одного или нескольких наборов входных данных. В первой строке входного файла записано число наборов  $k$  ( $1 \leq k \leq 20$ ). В последующих строках записаны сами наборы входных данных.

В первой строке каждого набора задаются числа  $0 \leq m \leq 150$  и  $0 \leq n \leq 150$ . Далее следуют  $m$  строк, в каждой из которых записано одно или несколько чисел — номера девушек, с которыми знаком  $i$ -й юноша (каждый номер встречается не более одного раза). Стока завершается числом 0.

#### Формат выходных данных

Для каждого набора выведите четыре строки. В первой из них выведите максимальное число знакомых, которых сможет пригласить Митя. В следующей строке выведите количество юношей и количество девушек в максимальном наборе знакомых, разделённые одним пробелом. Следующие две строки должны содержать номера приглашённых юношей и приглашённых девушек соответственно. Числа в каждой из этих двух строк разделяются ровно одним пробелом и выводятся в порядке возрастания. Если максимальных наборов несколько, то выведите любой из них.

Разделяйте вывод для разных наборов входных данных одной пустой строкой.

#### Пример

стандартный ввод	стандартный вывод
2	4
2 2	2 2
1 2 0	1 2
1 2 0	1 2
3 2	
1 2 0	4
2 0	2 2
1 2 0	1 3
	1 2

## 5 Задача Е. Замощение доминошками [2 секунды, 64 mb]

Дано игровое поле размера  $n \times m$ , некоторые клетки которого уже замощены. Замостить свободные соседние клетки поля доминошкой размера  $1 \times 2$  стоит  $a$  условных единиц, а замостить свободную клетку поля квадратиком размера  $1 \times 1$  —  $b$  условных единиц.

Определите, какая минимальная сумма денег нужна, чтобы замостить всё поле.

### Формат входных данных

Первая строка входного файла содержит 4 целых числа  $n, m, a, b$  ( $1 \leq n, m \leq 100$ ,  $|a| \leq 1000$ ,  $|b| \leq 1000$ ). Каждая из последующих  $n$  строк содержит по  $m$  символов: символ ‘‘.’’ (точка) обозначает занятую клетку поля, а символ ‘‘\*’’ (звёздочка) — свободную.

### Формат выходных данных

В выходной файл выведите одно число — минимальную сумму денег, имея которую можно замостить свободные клетки поля (и только их).

### Пример

стандартный ввод	стандартный вывод
2 3 3 2 .** . *.	5

## 6 Задача F. Паросочетание в случайном графе [1 секунда, 64 mb]

Дан неориентированный граф, нужно выделить в нем максимальное паросочетание.

Гарантируется, что граф сгенерирован следующим методом: фиксируется количество вершин  $N$  и количество ребер  $M$ , далее говорится, что все концы всех ребер — случайные числа от 1 до  $N$ .

Соответственно, граф может содержать петли и кратные ребра.

### Формат входных данных

$N$  ( $1 \leq N \leq 200$ ) и  $M$  ( $0 \leq M \leq 1000$ ).

### Формат выходных данных

Выведите на первой строке количество ребер в паросочетание. Далее собственно ребра, каждое на отдельной строке, в произвольном порядке.

### Пример

стандартный ввод	стандартный вывод
5 7	2
1 2	5 4
2 3	1 3
3 1	
3 4	
4 5	
1 2	
5 3	