

Вопросы к экзамену по алгоритмам

СПБАУ, первый курс, осень, 2015/16 учебный год

dfs и bfs

1. (a) База. Хранение графов. Матрица смежности, `bitset<int>[]`, `vector<int>[]`, `set<int>[]`, мультисписок.
2. (a) База. *Def*: путь, простой путь. Поиск простого пути между a и b dfs-ом за $\mathcal{O}(E)$. Проверка на двудольность.
3. (a) dfs. Циклы. *Def*: цикл, контур. Поиск цикла в орграфе, в неорграфе за $\mathcal{O}(V + E)$. *Def*: связность, сильная связность, слабая связность, компоненты связности. Поиск компонент связности за $\mathcal{O}(V + E)$.
4. (b) dfs. Поиск `topsort` двумя способами. Связь с динамическим программированием. Выделение компонент сильной связности за $\mathcal{O}(V + E)$. Конденсация графа.
5. (b) dfs. 2-connectivity. Вершинная и рёберная. Выделение компонент.
6. (b) dfs. Euler. Критерий Эйлеровости. Поиск Эйлера пути и цикла за $\mathcal{O}(V + E)$. Задачи: дополнение графа до Эйлера, разбиение рёбер графа на минимальное число путей.
7. (a) dfs. De bruijn. Решение за $\mathcal{O}(\Sigma^n)$.
8. (b) dfs. 2-SAT. Решение за $\mathcal{O}(n + m)$. Задачи: 2-List-Coloring.
9. (a) dfs. Транзитивное замыкание графа за $\mathcal{O}(VE)$, за $\mathcal{O}(\frac{VE}{w})$.
10. (a) База. Классификация задач поиска кратчайшего пути. Что, за сколько, чем умеют решать. NP-трудность задачи поиска простого кратчайшего пути в произвольном графе.
11. (a) bfs. Кратчайший путь за $\mathcal{O}(V + E)$. Сравнение с dfs. Матрица расстояний за $\mathcal{O}(VE)$. Граф кратчайших путей.
12. (b) bfs. 0-1-bfs. Модификация 1-k-графа. Целочисленный 1-k-bfs. Вещественный 1-k-bfs и A-B-bfs.
13. (b) bfs. Версии для 1-k-графа за $\mathcal{O}(E \log k)$ и $\mathcal{O}(E + V\sqrt{k})$.

Кратчайшие пути

14. (a) Дейкстра. Кратчайший путь за $\mathcal{O}(V^2)$, $\mathcal{O}(E \log V)$, $\mathcal{O}(E + V \log V)$.
15. (a) A^* . Доказательство корректности для графов с неравенством треугольника. Сравнение скорости с Дейкстрой. Пример, на котором A^* даёт преимущество.
16. (a) Флойд. Решение за $\mathcal{O}(V^3)$. Восстановление пути. Транзитивное замыкание за $\mathcal{O}(\frac{V^3}{w})$.
17. (a) Форд-Беллман. Решение за $\mathcal{O}(VE)$. Восстановление пути.
18. (a) Форд-Беллман. Оптимизации: `break`, `random_shuffle`, `queue`.
19. (b) Джонсон. Идея потенциалов. Матрица расстояний за $\mathcal{O}(VE + V^2 \log V)$.
20. (b) Гольдберг. Основная идея. Лечение одной вершины за $\mathcal{O}(V + E)$. $\log N$ фаз.
21. (c) Гольдберг. Лечение пачки из хотя бы \sqrt{k} вершин за $\mathcal{O}(V + E)$.
22. (b) Отрицательный циклы. С помощью Флойда. С помощью Форд-Беллмана. Восстановление ответа, доказательство корректности.
23. (a) Min mean cycle за $\mathcal{O}(VE \log nC)$.
24. (b) Карп. Min mean cycle за $\mathcal{O}(VE)$.
25. (b) Йен. Поиск k -го простого кратчайшего пути за $\mathcal{O}(kV \cdot \text{Dijkstra})$.
26. (c) Radix heap. Дейкстра за $\mathcal{O}(E + V \log C)$. Monotone priority queue.
27. (c) Two level radix heap. Дейкстра за $\mathcal{O}(E + V \frac{\log C}{\log \log C})$.
28. (c) Куча Фибоначчи для C различных значений. Другой способ сделать Дейкстру за $\mathcal{O}(E + V \log C)$.

DSU, MST, Жадность

29. (a) DSU на списках. Задача: для каждой пары вершин найти путь с минимальным max ребром.
30. (b) DSU на деревьях: эвристика сжатия путей, две версии ранговой эвристики.
Доказательство того, что любая одна из трёх эвристик даёт время работы $\mathcal{O}(\log n)$.
31. (b) DSU на деревьях: доказательство $\mathcal{O}(m \log^* n)$, $\mathcal{O}(m + n \log^* n)$, $\mathcal{O}(m \log(\log^* n))$.
32. (c) DSU на деревьях: обратная функция Аккермана, доказательство $\mathcal{O}((n + m)A^{-1}(n))$.
33. (a) MST. Лемма о разрезе. Краскал. Прим. Доказательства.
34. (b) MST. Борувка. Время работы, доказательство.
35. (a) Approx. Salesman: 2-ОПТ, 1.5-ОПТ, несуществование C -ОПТ алгоритма для графов без неравенства треугольника.
36. (b) Approx. $\ln n$ -ОПТ для set cover. 2-ОПТ для vertex cover. $\frac{11}{9}$ -ОПТ + 1 для bin packing.
37. (a) Жадность. Хорновские формулы. Гамильтонов путь и цикл. Правило Варнсдорфа. Переборное решение для произвольного графа.
38. (a) Жадность. Хаффман. Безпрефиксные коды. Поиск кодов, кодирование, декодирование.
39. (a) Жадность. Хаффман. 3 способа хранения дерева.
40. (a) Жадность. Задачи на сортировку. Вывод компаратора. 5 задач. Задача о двух станках.
41. (a) Жадность. Задача про задачи с дедлайнами. Выполнить все задания за $\mathcal{O}(n \log n)$. Выбор максимального числа заданий: решения за $\mathcal{O}(n^2)$, $\mathcal{O}(n \log n)$. Без док-ва.
42. (b) Жадность. Задача про задачи с дедлайнами. Доказательство корректности решения за $\mathcal{O}(n \log n)$.

Правила сдачи

Вы записываетесь в google-doc, получаете время сдачи, когда нужно прийти и сдать. В нужный момент вы приходите и говорите “я готов сдавать!”. Если есть свободный принимающий, в ответ вы получаете **три случайных числа** – номера вопросов в каждой из групп, и идёте отвечать **20 минут готовиться**. Если вы опоздали более чем на 5 минут, попадаете в живую очередь таких же опоздавших, у вас самый низкий приоритет, но как только кто-то освободится, вас тоже послушают.

При ответе билетов:

1. В **любых** спорных ситуациях подходим к лектору.
2. Лучше рассказать хоть что-то, чем ничего не сказать.
3. Вы готовились к экзамену! Вы должны хотя бы помнить, что вы должны знать, и что к какому билету относится. Если вас спрашивают что-то не из билета, не из программы, не стесняйтесь говорить об этом.
4. Принимающий может в любой момент задать не сложный допвопрос из серии “что такое дек?” или “за сколько вы умеете сортировать целые числа?”.
5. Если вы плохо знаете свой билет, можно вкратце проговорить, что вы всё-таки по теме помните, и заменить билет. Замена происходит так: принимающий мгновенно генерит псевдослучайное число отличное от предыдущего и говорит вам. Замена билета – минуса к оценке: $(c) = -0.2$, $(b) = -0.4$, $(a) = -0.6$.
6. Заменять билет можно только один раз.
7. По каждой из тем у принимающего магическим образом складывается в голове оценка от 0 до 1 – уровень ваших знаний. Ваша оценка – сумма этих чисел, число от 0 до 3. Какие из этих чисел сообщать вам, а какие нет, решает принимающий. Сделанный вывод принимающий может описать не числом, а лишь на словах “тут вы почти ничего не знаете”, “а этот билет вы ответили идеально”.

Алгоритм выставления оценки:

- a) Меньше 1 – двойка. Ваши знания не удовлетворительны.
- b) Больше 2.5 – пятёрка. Вы круты.
- c) 2 и больше – точно четвёрка.
- d) 1.5 и меньше – точно тройка.
- e) Если от 1.5 до 2, то идёт серия простых и не очень допвопросов, помогающих уточнить оценку.