

Вопросы к экзамену

1. Графы — определение, свойства, способы представления в программе. Алгоритмы обхода графов - в ширину и в глубину. Модификации алгоритмов обхода. Связность, поиск компонент связности.
2. Алгоритмы поиска кратчайшего пути во взвешенных графах. Алгоритм Дейкстры, Форда-Беллмана, Флойда. Остовные деревья и их поиск.
3. Сильная связность, компоненты сильной связности. Алгоритм поиска компонент сильной связности. Диаграмма порядка. Примеры задач, решаемых с помощью алгоритма поиска компонент сильной связности.
4. k -связность — вершинная и рёберная. Мосты и циклические рёбра. Блоки, точки сочленения. Свойства точек сочленения.
5. Свойства блоков — количество общих вершин, количество общих блоков у точки сочленения. Леммы о принадлежности двух вершин общему циклу и о принадлежности вершины и ребра общему циклу в двусвязном графе.
6. Теорема о двусвязности. Дерево блоков.
7. Алгоритмы отыскания мостов и точек сочленения.
8. Алгоритмы отыскания компонент рёберной и вершинной двусвязности.
9. Потоки — постановка задачи, определение, свойства. Теорема Форда-Фалкерсона. Алгоритм Форда-Фалкерсона отыскания максимального потока и минимального разреза.
10. Алгоритм отыскания максимального потока методом масштабирования. Доказательство времени работы.
11. Алгоритм Эдмондса-Карпа для поиска максимального потока и минимального разреза. Доказательство времени работы.
12. Блокирующий поток. Алгоритм Диницы поиска блокирующего потока за. Поиск максимального потока методом последовательного поиска блокирующего. Скрещивание метода с масштабированием.
13. Декомпозиция потока в простые пути. Две теоремы Карзанова.
14. Применение алгоритмов поиска потока. Задача о покрытии путями. Задачи о k -связности: рёберной и вершинной.
15. Применение алгоритмов поиска потока. Задача о паросочетании и контролирующем множестве. Задача о уничтожении ориентированного графа со стоимостями удаления всех входящих и исходящих рёбер для данной вершины.
16. Применение алгоритмов поиска потока: Задача о покрытии доски доминошками. Задача о замощении горизонтальными/вертикальными палочками с пересечениями.
17. Поток с избытками и недостатками в вершинах. Поток с верхними и нижними пропускными способностями. Задача о турнире.
18. Алгоритм Хопкрофта-Карпа для быстрого поиска паросочетания в графе.
19. Критерий Эйлеровости графа. Нахождение эйлерова цикла и эйлерова пути.
20. Гамильтоновы циклы. Теорема Хватала и вывод из неё теорем Дирака и Оре. Формулировка теорема Гуйя-Ури. Алгоритм поиска гамильтонова цикла в указанных случаях.

21. Доказательство существования гамильтонова пути в турнире и гамильтонова цикла в сильно связанном турнире. Алгоритм построения.
22. Поиск гамильтоновых циклов в других случаях. Динамическое программирование по подмножествам, эвристика шахматного коня, другие эвристики.
23. Укладка графа в трёхмерном пространстве. Равносильность укладки графа на плоскости и на сфере. Теорема Эйлера и следствия из неё.
24. Гомеоморфизмы графов. Теоремы Куратовского и Вагнера об укладке графов.
25. Алгоритм укладки графа на плоскости за квадратичное время.
26. Кактусы. Обходы планарных графов.
27. Матрицы, связанные с графами. Матрица Кирхгофа. Теорема Кэли о числе остовов. Задача о дорогах, размытых с некоторой вероятностью.
28. Код Прюфера. Восстановление дерева по коду Прюфера.
29. Алгоритм поиска потока минимальной стоимости с доказательством.
30. Задача о назначениях. Решение с помощью потока минимальной стоимости. Венгерский алгоритм.
31. Раскраска графов. Определение. Хроматические числа. Теорема Кёнига о 2-хроматических графах. Леммы о раскрашиваемости графа в $\rho + 1$ цвет, где ρ — максимальная степень вершины, и о раскрашивании графа по блокам.
32. Теорема Брукса об улучшении оценки количества цветов до ρ .
33. Теорема о 5-раскрашиваемости планарного графа.
34. Хроматический многочлен. Определение и простейшие свойства. Хроматический многочлен дерева и цикла. Прямое произведение графов, его хроматический многочлен.
35. Числа Стирлинга. Свойства коэффициентов хроматических многочленов (знакопеременность, величина второго коэффициента). Необходимое и достаточное условие того, что граф является деревом. Оценка величины коэффициента хроматического многочлена.
36. Теоремы о комбинаторном смысле коэффициентов разложения хроматического многочлена по факториальным степеням x и по обычным.
37. Рёберные раскраски. Лемма о раскраске в два цвета. Лемма об оптимальной k -раскраске. Лемма о рёберном хроматическом числе двудольного графа.
38. Теорема Визинга.
39. Задача об учителях и классах.