

План лекций

Лекция 1

- (3) Двоичный поиск. Поиск корня функции. Троичный поиск. Поиск локального минимума и максимума функции (произвольной). Реализация, уменьшающая длину отрезка в 2 раза за 2 вычисления функции.
- (3) Построение вып оболочки методом "разделяй и властвуй"
- (4) Построение вып оболочки за $O(nh)$ (Jarvis) за $O(n \log n)$ (Graham) и синтез этих двух алгоритмов — алгоритм Чеп-а за $O(n \log h)$ (h — число точек в вып оболочке)
- (3) Построение касательных из точки к вып мн-ку за $O(\log N)$. (а) Ищем экстремумы функции "угол"
- (3) Поиск пересечения вып мн-ка с прямой за $O(\log N)$. (а) Ищем экстремумы функции "расстояние до прямой затем два бинпоиска для поиска корней (б) Ищем две точки по разные стороны от прямой одним бинпоиском, затем два бинпоиска для поиска корней
- (3) Еще один метод для поиска экстремумов: Предподсчет за $O(n)$ — массив углов сторон мн-ка, затем два бинпоиска по этому массиву.
- (4) Разделение мн-ков прямой = поиск двух ближайших точек. За $O(n^2)$. За $O(n \log n)$. Прямая автоматически получается макс удаленной от мн-ков.
- (4) Пересечение двух вып мн-ков за $O(n)$. Пересечение двух раздутых на R вып мн-ков за $O(n)$.

Лекция 2

- (3) Проверка принадлежности точки многоугольнику за $O(\log N)$ с предподчетом за $O(n)$
- (4) Поиск расстояния от точки до многоугольника.
- (4) Пересечение двух невыпуклых многоугольников за $O(N^2 \log N)$ (планарный граф)
- (4) Объединение двух невыпуклых многоугольников за $O(N^2 \log N)$ (планарный граф)
- (3) Разбиение планарного графа на грани.
- (4) Пересечение или объединение двух невыпуклых многоугольников или N кругов за $O(N^3 \log N)$ методом сканирующей прямой.
- (3) Поиск макс окружности, которую можно вписать в невып мн-к за $O(N^3 \log Max)$
- (4) Поиск макс окружности, которую можно вписать в вып мн-к за $O(N \log N)$
- (3) Решение задачи "Освещение"

Лекция 3

- (3) Построение общих касательных к окружности.
- (3) Покрытие максимального числа точек окружностью радиуса R за $O(n^2 \log n)$
- (4) Разделение множества окружностей прямой за $O(n^2 \log n)$ (строгое и нестрогое разделения).
- (3) Диаграммы Вороного за $O(n^2)$ (определение, построение, док-во).
- (3) Координаты в базисе. Их нахождение. Сила ортонормированного базиса.
- (5) Ортогонализация Грамма-Шмидта за $O(n^3)$ с последующим применением полученного базиса за $O(n^2)$
- (4) Решение задачи: лежит ли точка в параллелепипеде в N -мерном пространстве.
- (4) Добавление вектора в набор линейно независимых за $O(n^2)$
- (3) Обращение матрицы за $O(n^3)$

Лекция 4

- (4) Паросочетание в недвудольном графе с помощью сжатия соцветий (нечетных циклов)
- (5) Реализация за $O(n^3)$
- (3) Рандомизированные алгоритмы построения паросочетания (версии с разделением на доли заранее и по ходу)
- (5) Построение Диаграммы Вороного за $O(n \log n)$ методом парабол
- (4) Решение задач о построение мин остовного дерева на плоскости для n точек и поиске ближайших точек в offline с помощью диаграммы Вороного.
- (4) Алгоритм Melkman-а для построения вып оболочки от мн-ка за $O(n)$

Лекция 5

- (3) Макс парсоч, мин контр мн-во, макс независимое мн-во, мин реберное покрытие
- (4) Какие ребра могут, не могут, должны лежать в паросочетании за $O(m)$, если у нас уже есть какое-то макс паросочетание
- (3) Доминошки 100×100 (парсоч, жадная база). Покрыть грид с дырками мин числом строк-столбцов (мин контр множество, где ребра — клетки)
- (4) Найти мин по весу парсоч (веса заданы в одной доле, в вершинах). Найти мин по весу парсоч (веса заданы в обеих долях, в вершинах)
- (3) Задача про ракеты за $O(nt^3 \log)$ с бинпоиском и просто за $O(nt^3)$

Лекция 6

- (3) Минимальное покрытие ациклического графа цепями.
- (4) Теорема Дилворта. Максимальная антицепь в ациклическом графе.

- (4) Задача про разбиение матрицы в виде суммы перестановок. Решение за $O(N^5)$, $O(N^4)$
- (4) Задача про поиск минимального лексикографически паросочетания за $O(VE)$
- (4) Суффиксный массив за $O(n)$
- (4) Поиск общей подстроки k строк с помощью (а) суф. массива (б) суф. деревьев

Лекция 7

- (3) Хопкрофт-Карп $O(E\sqrt{V})$
- (4) Алгоритм Йена для поиска k -го кратчайшего пути
- (4) Алгоритм Йена для поиска k -го по весу разреза

Лекция 8

- (3) Доказательства времени работы алгоритма масштабирования ($O(E^2 \log Max)$) и алгоритма Эдмондса-Карпа ($O(VE^2)$)
- (4) Алгоритм Диницы, его скрещивание с масштабированием, время работы: $O(V^2 \cdot E)$, $O(VE \log Max)$
- (3) Нахождение мин разреза, мин по весу разреза, мин вершинного разреза, мин по весу вершинного разреза.
- (3) Нахождение мин по весу контролирующего мн-ва и макс по весу независимого мн-ва в двудольном графе за $O(flow)$
- (4) Задача про матанализ, задача про инструменты и работы.
- (4) Поток с нижними и верхними пропускными способностями ребер. Однофазный алгоритм с бинпоиском, двухфазный алгоритм без бинпоиска.
- (4) Задача про удаление графа за минимальную стоимость, задача про округление матрицы.
- (4) Задача про k не пересекающихся ни в какой момент времени путей. Решение с бинпоиском, решение за $O(NMK)$

Лекция 9

- (3) Цикл минимального среднего веса. $O(VE \log MAX)$
- (5) Поиск кратчайшего дерева путей. Реализация за $O(E \log V)$
- (3) Сравнение строчек с помощью хешей на неравенство.
- (4) Эвристика Полларда.
- (4) Сумма по всем числам от 1 до N (а) число делителей $O(\sqrt{N})$ (б) сумма делителей $O(\sqrt{N})$ (в) число нулей на конце $x!$ $O(\log N)$
- (3) Метод Ньютона для поиска корня функции.
- (4) Поиск корня числа за $O(\log \log N)$ методом Ньютона (с доказательством).
- (3) Вычисление интеграла функции на отрезке длины ϵ с точностью $O(\epsilon^2)$.
- (4) Метод Симпсона. Вычисление интеграла функции на отрезке длины ϵ с точностью $O(\epsilon^4)$.

Лекция 10

- (4) FFT, обратное FFT
- (4) FFT с простыми числами
- (4) Решение задачи про поиск подматрицы в матрице с минимальным квадратичным отклонением за $O(n^2 \log n)$
- (3) Длинное деление и извлечение корня за $O(N^2)$.
- (4) Длинное деление и извлечение корня за $O(N \log^2 N)$.
- (4) Длинное деление и извлечение корня за $O(N \log N)$ с помощью метода Ньютона.
- (3) Поиск вещественных корней многочлена за $O(N^2 \log MAX)$

Лекция 11

- (4) Выпуклая оболочка в $3D$ за $O(n^2)$
- (5) Выпуклая оболочка в $tD, t \geq 3$ за $O(kn)$, где k — число точек в вып оболочке
- (3) AVL-деревья
- (3) Триангуляция многоугольника за $O(N^2)$
- (4) Алгоритм пересечения N полуплоскостей за $O(N \log N)$ (offline).
- (4) Алгоритм пересечения N полуплоскостей за $O(\log N)$ на каждое пересечение (online).

Задачи на путях взвешенного дерева

- (3) Веса не меняются. Сумма за $O(N, 1)$
- (3) Веса не меняются. Минимум за $O(N \log N, \log N)$
- (4) Сумма за $O(N, \log N)$
- (4) Покрывание дерева деревьями отрезков. Минимум за $O(N, \log^2 N)$
- (4) Веса не меняются. Offline минимум за $O(N, \log N)$

Лекция 12

- (3) Функция Гранди. Игра Hacking Bush.
- (4) Теория Смита. Игры вида A^∞ , их суммы.
- (4) Алгоритм Смита. Обоснование корректности, реализация за $O(VE)$
- (5) Алгоритм Хао-Орлина для поиска глобального разреза за $O(push - relabel\ flow)$