

Динамика 2

1) Перемножение матриц

$$AB = C \quad \omega$$

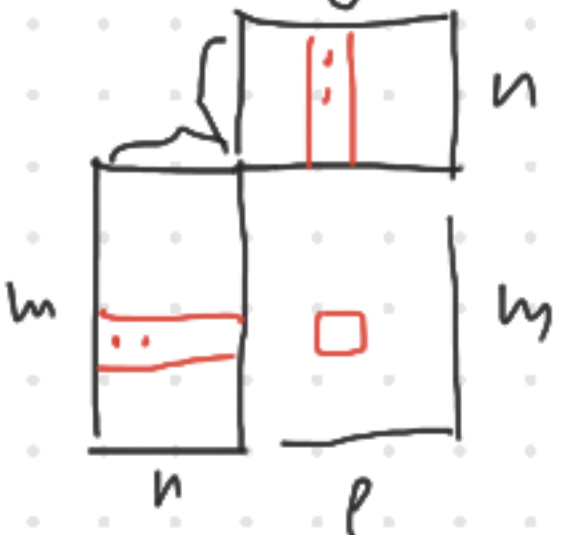
$$C_{ij} = \sum_{k=1}^n a_{ik} b_{kj}$$

$$A \quad m \times n$$

$$B \quad n \times l$$

$$C \quad m \times l$$

$$A \cdot B \neq B \cdot A$$



умножение: $O(m \cdot l \cdot n)$
 $A \cdot B$

$$A \quad 1 \times 20$$

$$B \quad 20 \times 10$$

$$C \quad 10 \times 100$$

$$(A \cdot B) \cdot C = 1 \cdot 20 \cdot 100 + 1 \cdot 10 \cdot 100 = 11000$$

$$A \cdot (B \cdot C) = 20 \cdot 40 \cdot 100 + 1 \cdot 20 \cdot 100 = 82000$$

$|j-i| \nearrow$

$$A_1 \cdot A_2 \cdot \dots \cdot A_{n-1} \cdot A_n$$

$$m_0 \times m_1 \quad m_1 \times m_2 \quad \dots \quad m_{n-1} \times m_n$$

перест: $n!$
 ПСТП: $C_n = \frac{C_{2n}^n}{n+1} = \exp(n)$

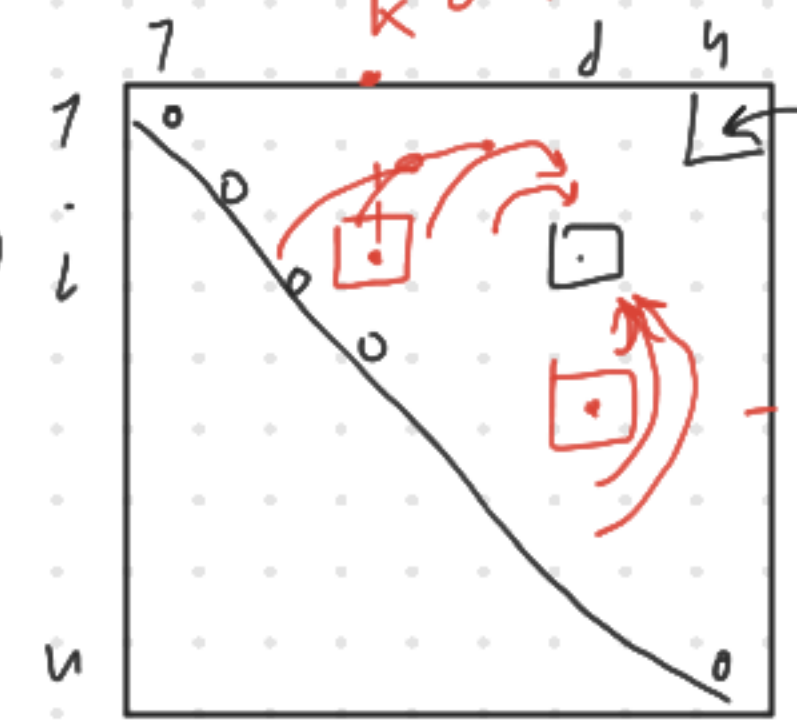
$$(1 \ 2 \ 3 \ \dots \ (i \ \dots \ k) \ (k+1 \ \dots \ j) \ \dots \ n)$$

$$C_{ij} = \min_k \{ n \cdot C_{ik} + C_{k+1j} \}$$

где $C_{ik} = A_i \cdot \dots \cdot A_k$

$$C_{ii} = 0$$

$$C_{ij} = \min_{k \in [i, j-1]} (C_{ik} + C_{k+1j} + m_{i-1} \cdot m_k \cdot m_j)$$

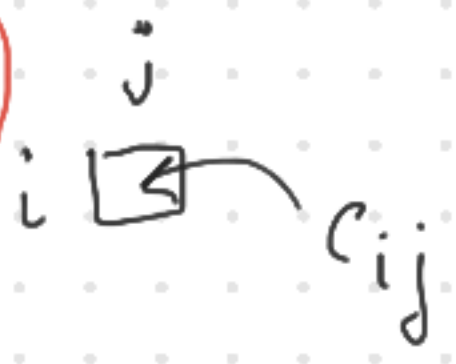


ответ

n^2

$$A \quad B$$

$$m_{i-1} \cdot m_k \cdot m_j$$



```

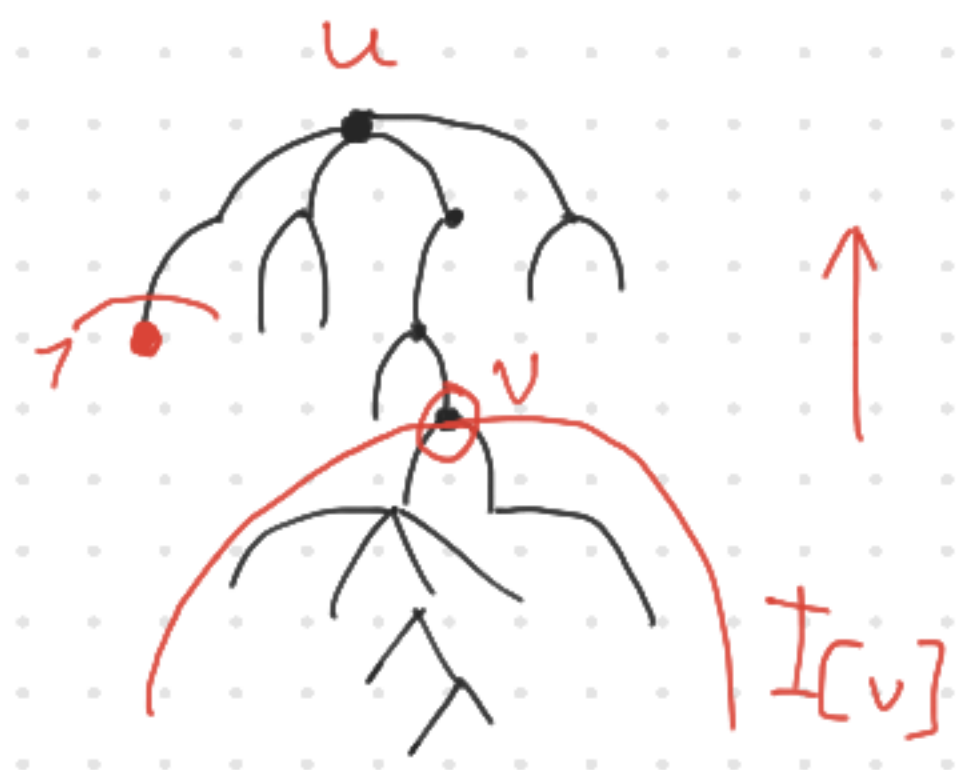
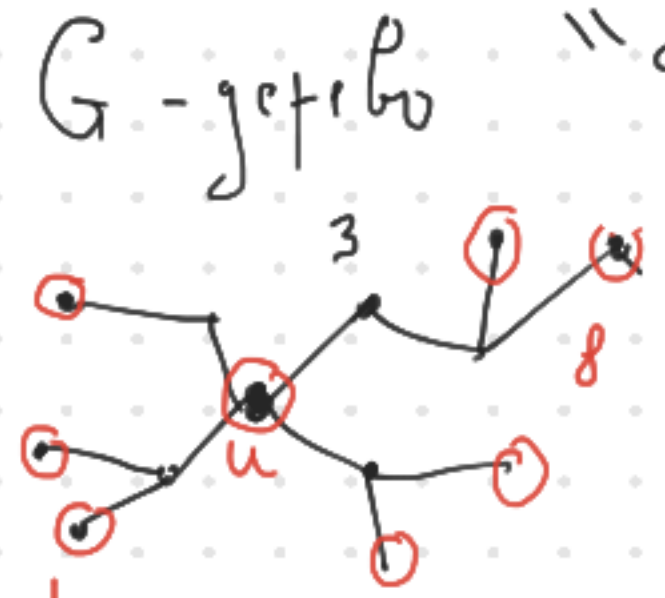
for i=1 to n: C(i,i)=0
for s=1 to n-1:
  for i=1 to n-s:
    j=i+s
    C(i,j) = min{C(i,k) + C(k+1,j) + m_{i-1} * m_k * m_j : i ≤ k < j}
return C(1,n)

```

Время: $O(n^3)$
 память: $O(n^2)$

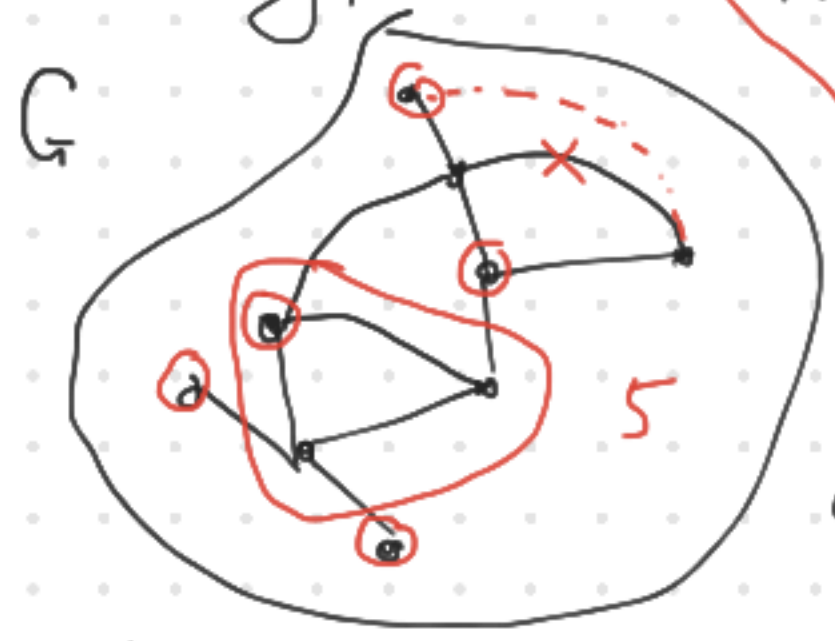
Max Clique } NP-hard
 Max Ind Set }

"динамика по подпоследовательностям"



2) Max Independent Set

в графах



Ind Set = $U \subseteq V$
 $\forall x, y \in U$
 $(x, y) \notin E$

anticlique
 пустой подграф

clique - полный подграф
 $(x, y) \in E$

v - верш $I[v] = 1$

$I[v]$ - max IndSet в подграфе v

$G = (V, E)$

Max Clique \approx Max IndSet

котомак v $k+1$ $S \subseteq V$ - отбор в G



$$I[v] = \max \left(\sum_{u \text{ child of } v} I[u] + 1, \sum_{u \text{ child of } v} I[u] \right)$$

get u
укуч

$Q(u)$

I_{base} $k=0$
 v -милт

$v \in \text{InSet}$

Π_{IT} кор-во котомков v
 $k \rightarrow k+1 \leq k$

$y \in \dots$ онисанном амт.
бер-но налгут значение $I[v]$
где всех $v \in V$

Док-во инд. по k -мизу котомков v

$$w: V \rightarrow \mathbb{R}_{>0}$$

$$S \text{-InSet}, w(S) \rightarrow \max$$

3) Расстояние редактирования

расст Левенштейна $\xrightarrow{\text{Out 1}}$
 встраивание

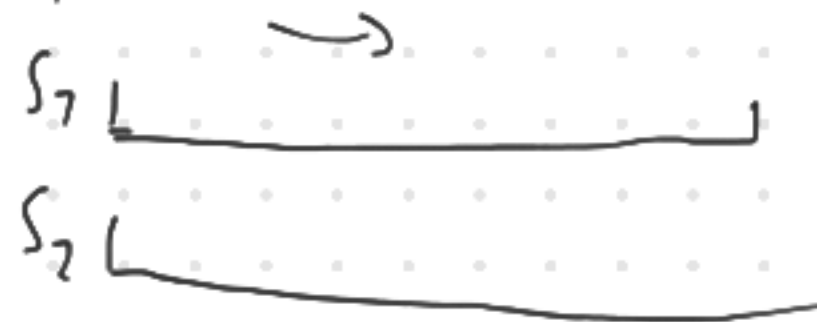
ДОЖАБ
 ДРОЖБ
 3

Δ() 0 * Δ() 6
 Δ(P) 0 * Δ() 6
 2

$\xrightarrow{\text{Out 2}}$
 edit distance -

min zero операций $\left\{ \begin{array}{l} \text{удаление} \\ \text{вставка} \\ \text{смена} \end{array} \right. S_1 \rightarrow S_2$

факт Хэмминга



$a =$ E X P O N E N T I A L i

$b =$ P O L Y N O M I A L m

$E(a, b)$ - edit distance

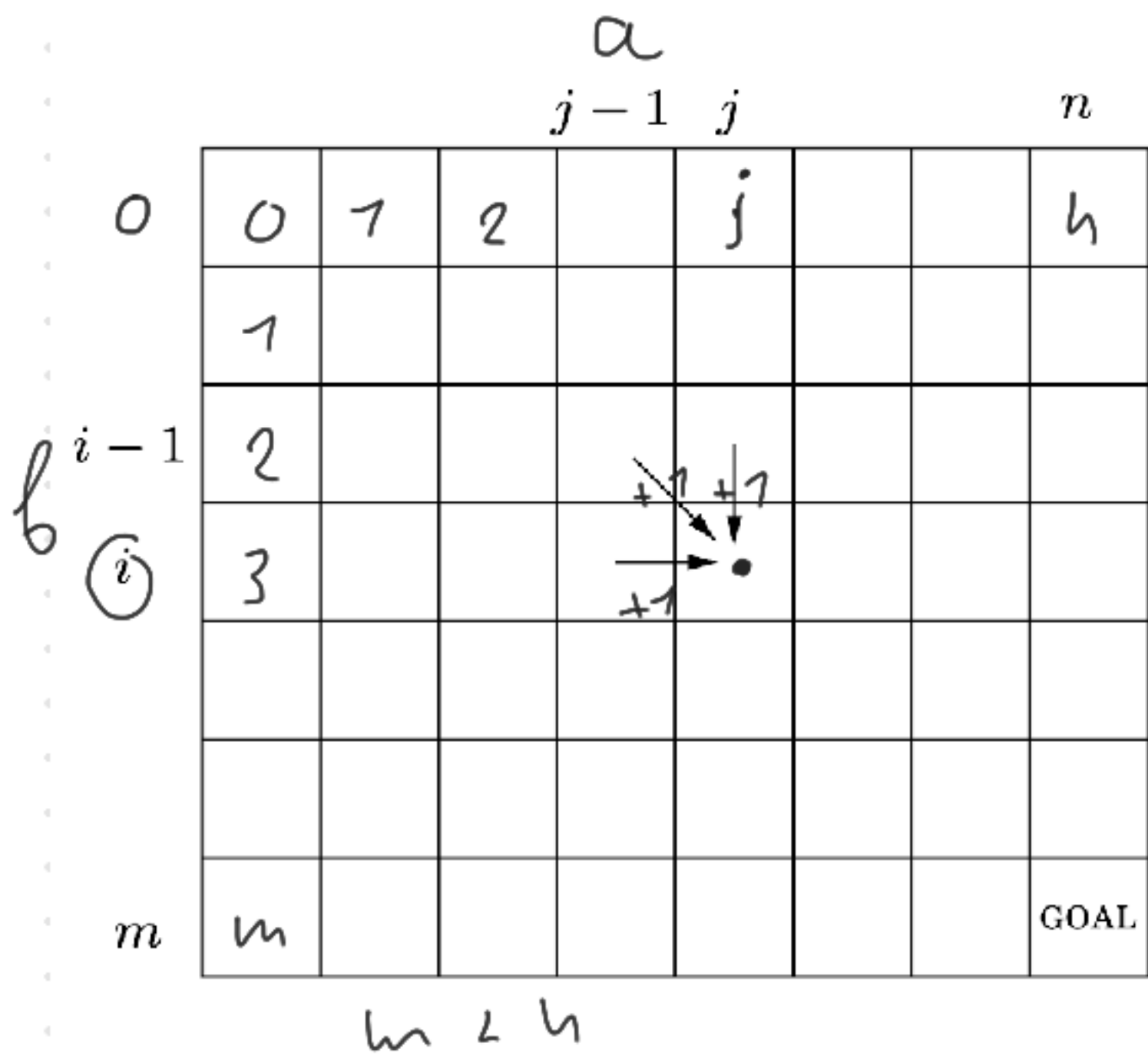
$E(a, b) = E(n, m)$

$$E(i, j) = E(a_{1..i}, b_{1..j})$$

$$\text{diff}(i, j) = \begin{cases} 1, & a_i \neq b_j \\ 0, & a_i = b_j \end{cases}$$

$$E(i, j) = \min \begin{cases} E(i-1, j) + 1 \\ E(i, j-1) + 1 \\ E(i-1, j-1) + \text{diff}(i, j) \end{cases}$$

\uparrow
 $a_i \neq b_j$



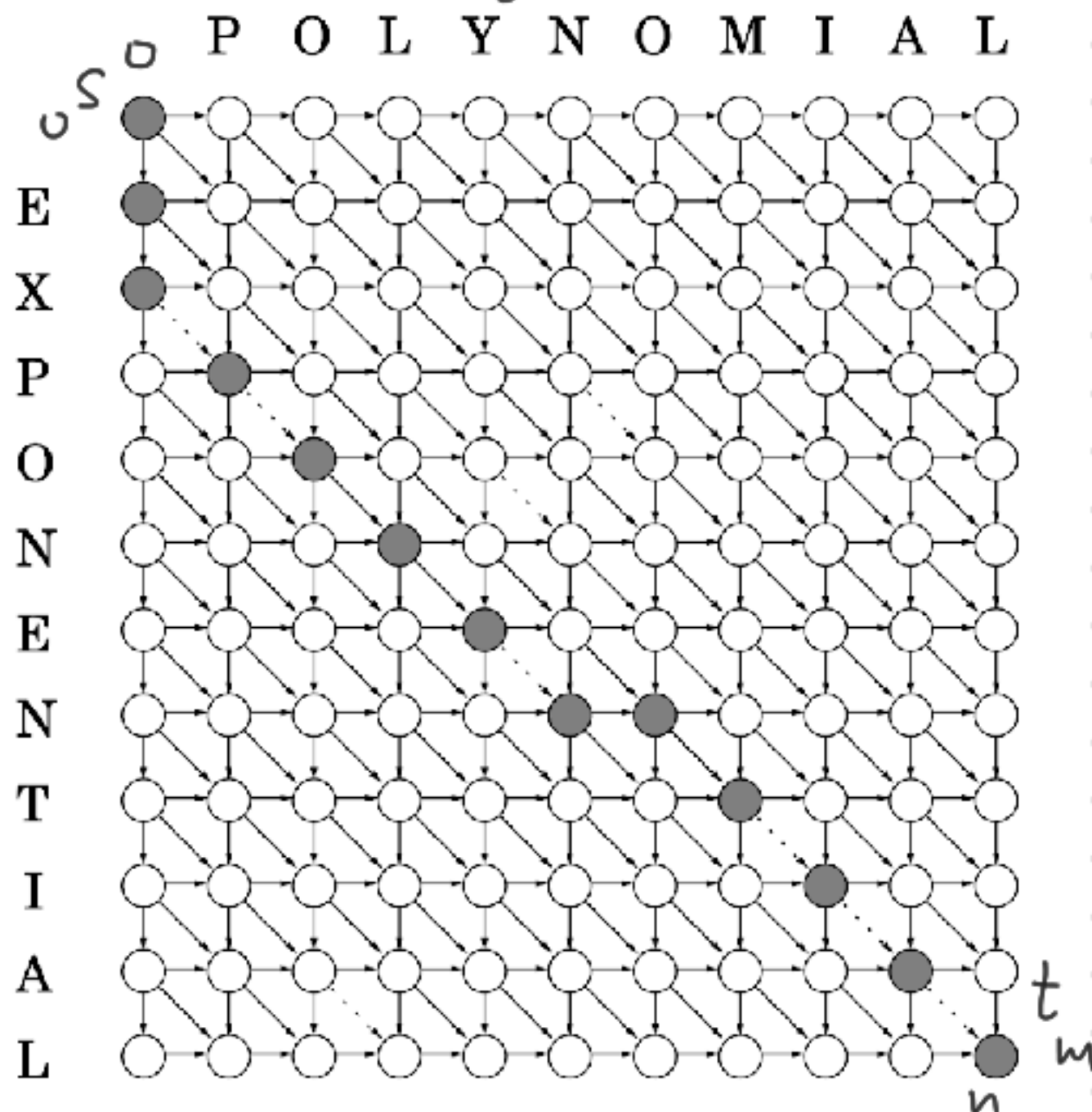
$$E(" ", a[1 \dots j])$$

$O(m \cdot n)$ time

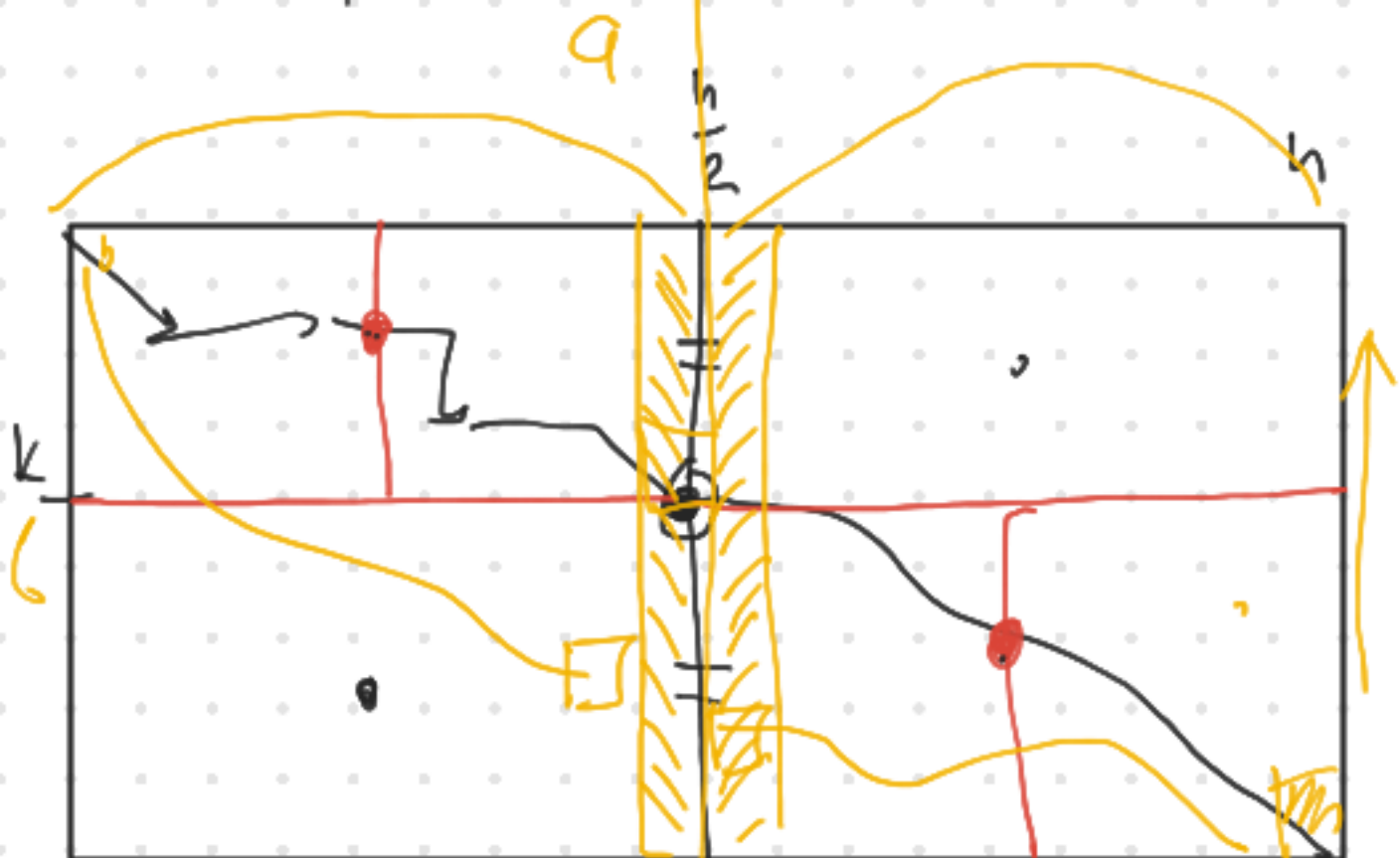
$O(\min(m, n))$ space. Делать ответ

Наду.

- 1) Если окрестности - ок!
- 2) ^{бнт.} Если окрест. - кфатр. путь
 $S \rightarrow t$



Алгоритм Хиршберга



$$f_{\text{max}}: O(n \cdot m) + O\left(\frac{n \cdot m}{2}\right) + O\left(\frac{n \cdot m}{4}\right) + \dots = O(n \cdot m)$$

$$\text{на время: } \underline{O}(m \cdot \log(n, m))$$

- 1) как найти k - функция $f(q, k)$ $O(n \cdot m)$, $O(n)$
- 2) как найти q $f(q, k)$ - функция $f(q, k)$ $O(n \cdot m)$

