

## Задача о оптимальном порядке

$$\underbrace{(A \cdot B)}_D \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$$

$$A - n \times m$$

$$D = A \cdot B$$

$$B - m \times k$$

$$D - n \times k$$

$$C - k \times l$$

число  
умножений

Вычисление D:  $n \times m \times k$

$$\text{Вход: } A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n$$

$$m_0 \times m_1 \quad m_1 \times m_2 \quad \dots \quad m_{n-1} \times m_n$$

Выход: min число умножений  
(порядок перемножения)

$$A - 10 \times 20 \quad B - 20 \times 40 \quad C - 40 \times 100$$

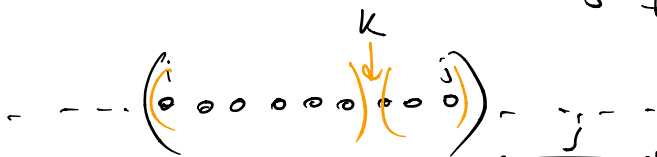
$$(A \cdot B) \cdot C = 10 \cdot 20 \cdot 40 + 10 \cdot 40 \cdot 100 = 48000$$

$$A \cdot (B \cdot C) = 20 \cdot 40 \cdot 100 + 10 \cdot 20 \cdot 100 = 100000$$

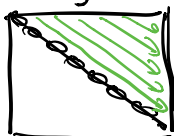
1.  $C[i, j]$  - min # умнож где  $A_i \times \dots \times A_j$

2.  $C[i, i] = 0$

$$C[i, j] = \min_{i \leq k < j} \{ C[i, k] + C[k+1, j] + m_{i-1} \cdot m_k \cdot m_j \}$$



3. Порядок:



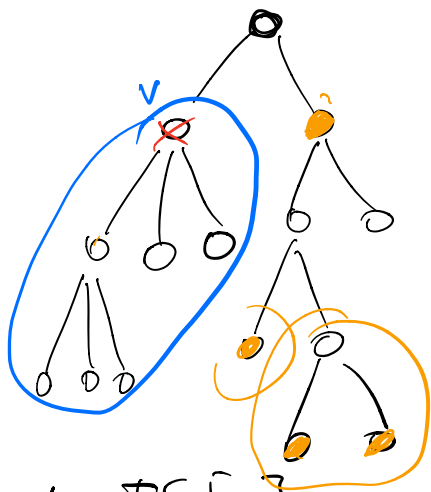
$$i \leq j$$

for  $s = 1$  to  $n - 1$ :  
 for  $i = 1$  to  $n - s$ :  
 $j = i + s$   
 $C[i, j] = \min \dots$

Время:  $O(n^3)$     Память:  $O(n^2)$

Максимальные нез. мн-ва в деревьях

= нез. мн-ва - это мн-ва верш.  
 не сосед. ребрам.



IS - independent set

$\forall v \in V: w_v$  - вес вершины  
 $w_v \geq 0$

Задача: найти IS макс  
 веса

1.  $IS[v]$  - макс IS в поддереве  $v$ .
2.  $IS[l] = w_l$  где  $l$  - лист

$$IS[v] = \max \left\{ w_v + \sum_{u-\text{сын } v} IS[u], \sum_{u-\text{сын } v} IS[u] \right\}$$

3. Порядок: снизу вверх (от листьев к корню)

Время:  $O(n)$     Память:  $O(n)$

# Редакционное расстояние (расстояние Левенштейна) Edit distance

Вход:  $S_1$  и  $S_2$  - строки

Три операции:

1. замена  $\begin{matrix} a \\ b \end{matrix}$
2. удаление  $\begin{matrix} a \\ - \end{matrix}$
3. вставка  $\begin{matrix} - \\ a \end{matrix}$

Вопрос: какое min # операций:  $S_1 \rightarrow S_2$   
(последовательность операций)

$S_1 = \text{SUNNY}$        $S_2 = \text{SNOWY}$

~~S~~UNNY      SUNNY  
       $\wedge$   
      W

POLYNOMIAL

EXPONENTIAL

Задача о выравнивании:

ДОЖАБ

ДОЖАБ

SUNNY

ВРОЖЬ

ВРОЖЬ

SNOWY

УТВ: Min выравнивание = расстоянию  $L$ .

$S_1 = \text{POLYNOMIAL}$        $S_2 = \text{EXPONENTIAL}$

$E(S_1, S_2) = ?$

1.  $E[i, j] = E(S_1[1:i], S_2[1:j])$

2.  $E[0, j] = j$        $E[i, 0] = i$

$E[i, j] = \min \left\{ \begin{array}{l} E[i-1, j-1] + [S_1[i] \neq S_2[j]] \text{ (замена)} \\ E[i-1, j] + 1 \text{ (удаление)} \\ E[i, j-1] + 1 \text{ (вставка)} \end{array} \right\}$

$\frac{\text{POLY}}{\text{EX}} \Big|_0$

3. Порядок

	POLYNOMIAL										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
P	1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X	2	2	4	6	9	12	16	21	27	34	42
P	3	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
O	5	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Z	5	4	3	4	5	6	7	8	9	10	11
F	0	5	4	5	6	7	8	9	10	11	12
N	7	6	5	6	7	8	9	10	11	12	13
T	8	7	6	7	8	9	10	11	12	13	14
I	9	8	7	8	9	10	11	12	13	14	15
A	10	9	8	9	10	11	12	13	14	15	16
L	11	10	9	10	11	12	13	14	15	16	17

- ↘ замена / совп. символ
- ↓ удаление
- вставка

↖ ответ

Время:  $O(|S_1| \cdot |S_2|)$       Память:  $O(1)$

**Замечание:** Если хранить только предыдущий столбец, то можно вычислить расстояние, но не ред. последовательность.

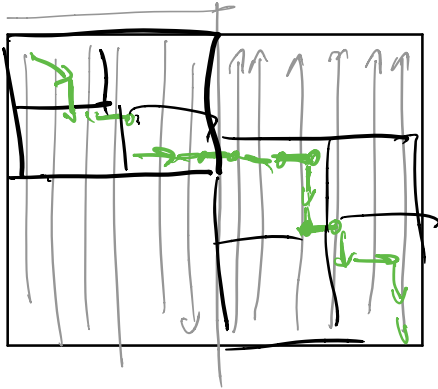
$\Rightarrow$  Параметр:  $O(|S_1| + |S_2|)$   
 $O(\min\{|S_1|, |S_2|\})$

### Алгоритм Хиршберга

Время:  $O(|S_1| \cdot |S_2|)$

Параметр:  $O(\min\{|S_1|, |S_2|\})$

Находит рекурсивную последовательность.



$$|S_1| \cdot |S_2|$$

+

$$|S_1| \cdot |S_2|$$

+ 2

$$|S_1| \cdot |S_2|$$

4

$$O(|S_1| \cdot |S_2|)$$

