

1. Леммы о сорт. сравн.

2. Порядковые статистики

3. Линейные сортировки $\underline{O}(n^2) \rightarrow \underline{O}(n \log n) \rightarrow \underline{O}(n)$

1.1. Сравнения

$$\text{сравн}(a, b) = \{ \geq, < \}$$

Опр. част. упорядоченная мн-ва на мн-вс для ср-ств " \leq "

$\forall a, b, c$ $\left. \begin{array}{l} 1) \text{ транз: } a \leq b, b \leq c \Rightarrow a \leq c \\ 2) \text{ антисим: } a \leq b, b \leq a \Rightarrow a = b \\ 3) \text{ рефлкс: } \boxed{a \leq a} \end{array} \right\}$ част. мор.

Опр линейный порядок — 1-3 + $\forall a, b: a \leq b$ или $b \leq a$

Опр строгий порядок $a < b \Leftrightarrow a \leq b$
 $a \neq b$

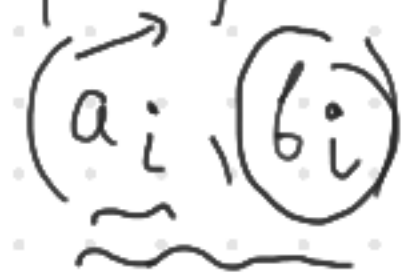
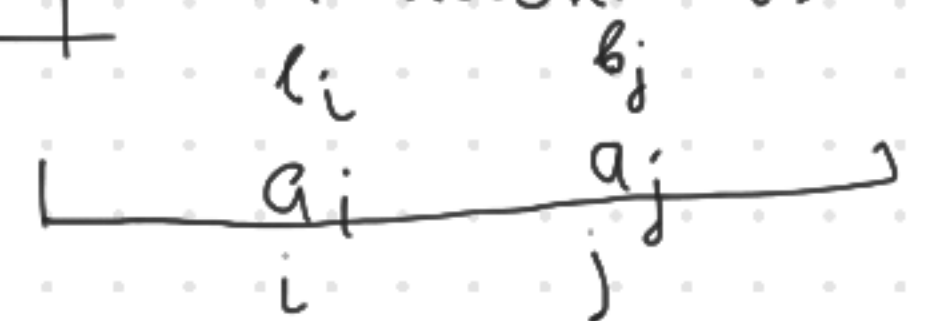
	Heap sort	Merge sort	Quick sort
†	$O(n \lg n)$	$O(n \lg n)$	$O(n \lg n)$ const массив
M	$O(1)$	$O(n)$	$O(\lg n)$ стек рекурсии
стабильн.	-	+	+
стаб.	-	+	+



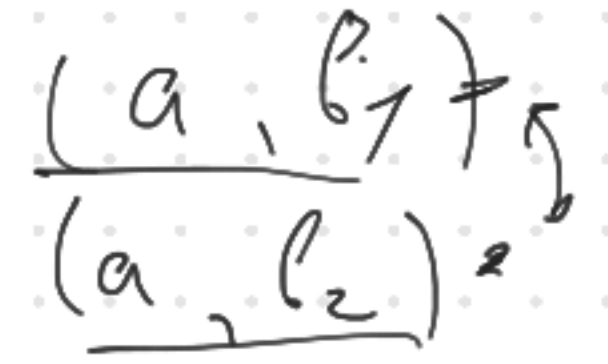
$$i \rightarrow 2i + 1$$



Def стабильная (stable) сортировка:



$\left. \begin{matrix} a_i = a_j \\ i < j \end{matrix} \right\} \Rightarrow a_i \text{ не перед } a_j \text{ в отсортированном массиве}$



2. Поп. статистики

Оур. k -ое порядк. стат. маасса $[a_1, \dots, a_n]$

Нар k -ий ко буг. элемент

$$[a_{\pi(1)} \quad a_{\pi(2)} \quad \dots \quad a_{\pi(n)}]$$

1-е min
n-е max

$\lfloor \frac{n}{2} \rfloor$ медиана

$n : 2$ $a_{\frac{n+1}{2}}$

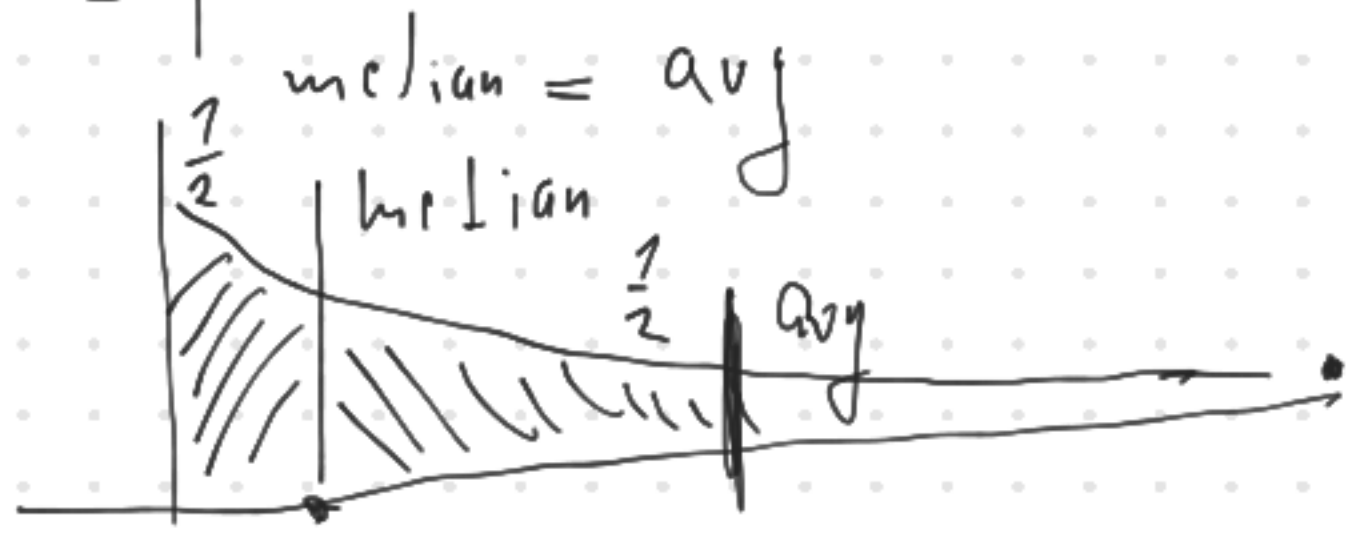
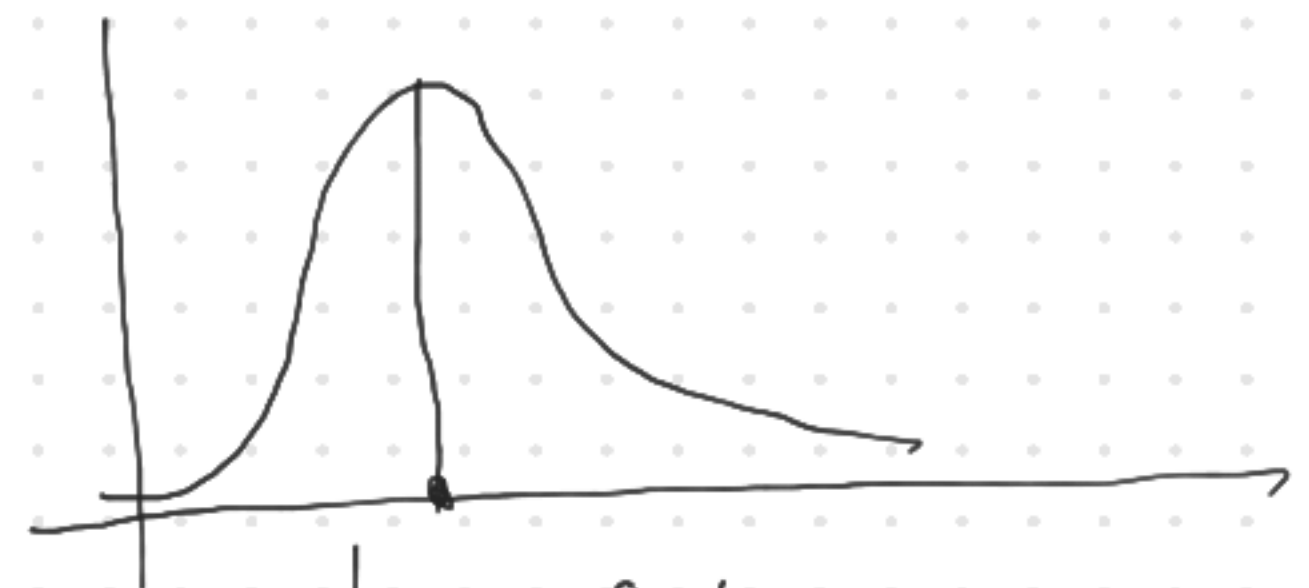
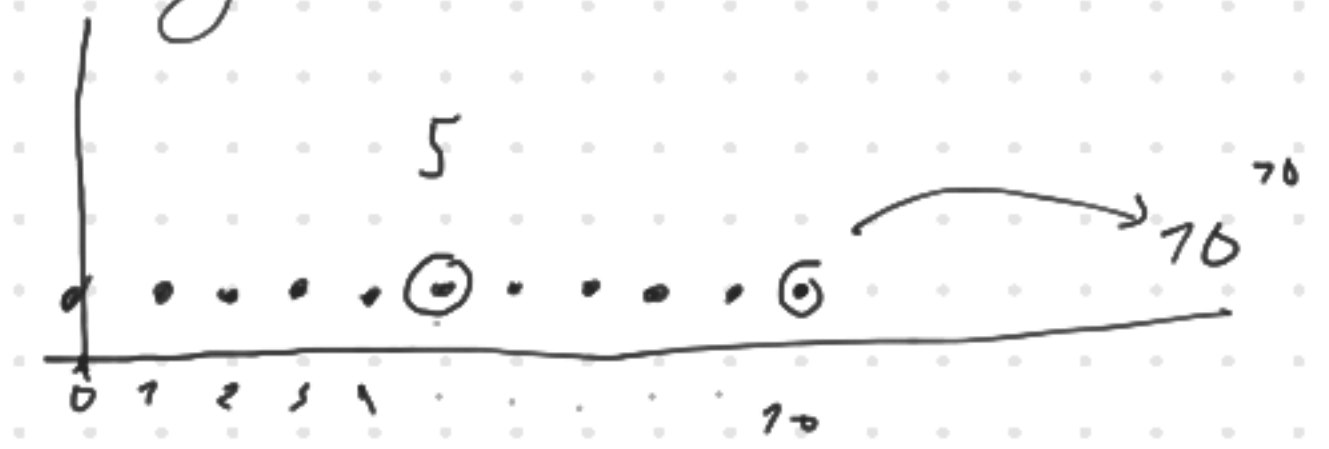
$n : 2$ $\frac{a_{\frac{n}{2}} + a_{\frac{n}{2}+1}}{2}$

$\uparrow \frac{n}{2}$

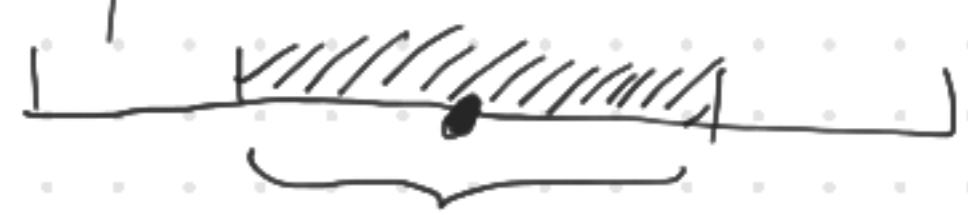
$N(\mu, \sigma) \rightarrow (x_1, \dots, x_n)$

$T(x_1, \dots, x_n)$ - статист.

медиана VS среднее

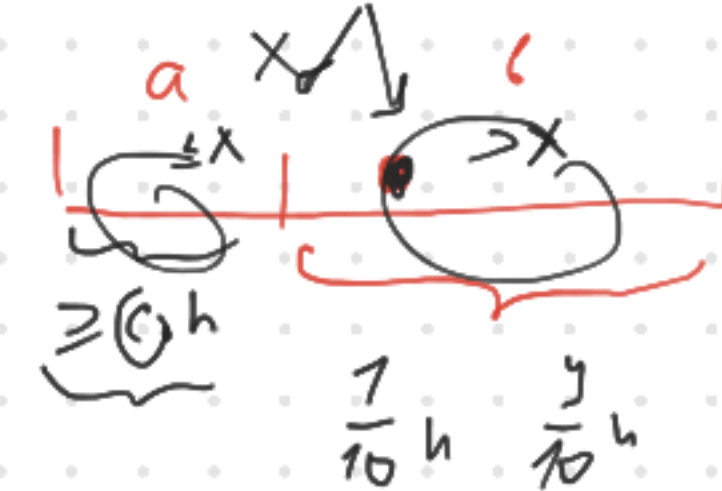


Th1 Задача нахождения ~~медианы~~ ^{k-а стат}
 за $O(n \log n)$ времени (по сути)
 алгоритм



$$T = \mathbb{E}T(n) \approx \frac{2}{5}$$

$$T(n) \leq T\left(\frac{3}{4}n\right) + O(n)$$



k-я стат

Th2 Задача нахождения ~~медианы~~ ^{k-я стат}
 "медиана медиан" $O(n)$



$$T(n) \leq O(n) + T\left(\frac{4}{5}n\right) + O(n) + T\left(\frac{7}{20}n\right) = O(n) + T\left(\frac{4}{5}n\right) + T\left(\frac{7}{20}n\right) \stackrel{?}{=} O(n)$$

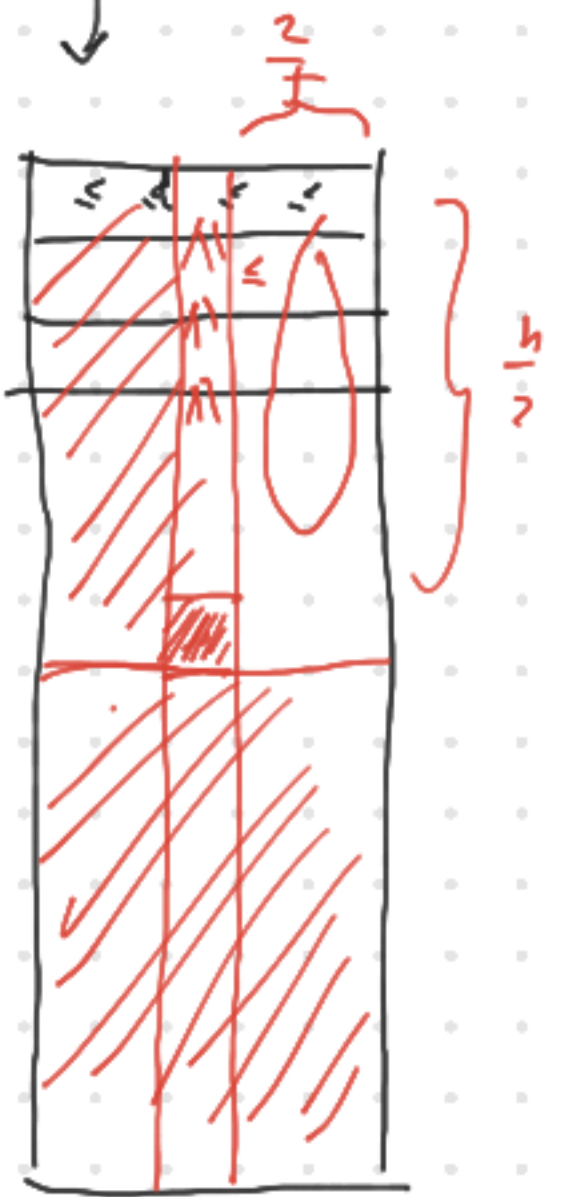
- 1) find pivot in $O(n)$
- 2) merge 6 cases. 5 recursive
- 3) Recursion: recursive call = m
- 4) Partition: pivot = m
- 5) ? recursive call

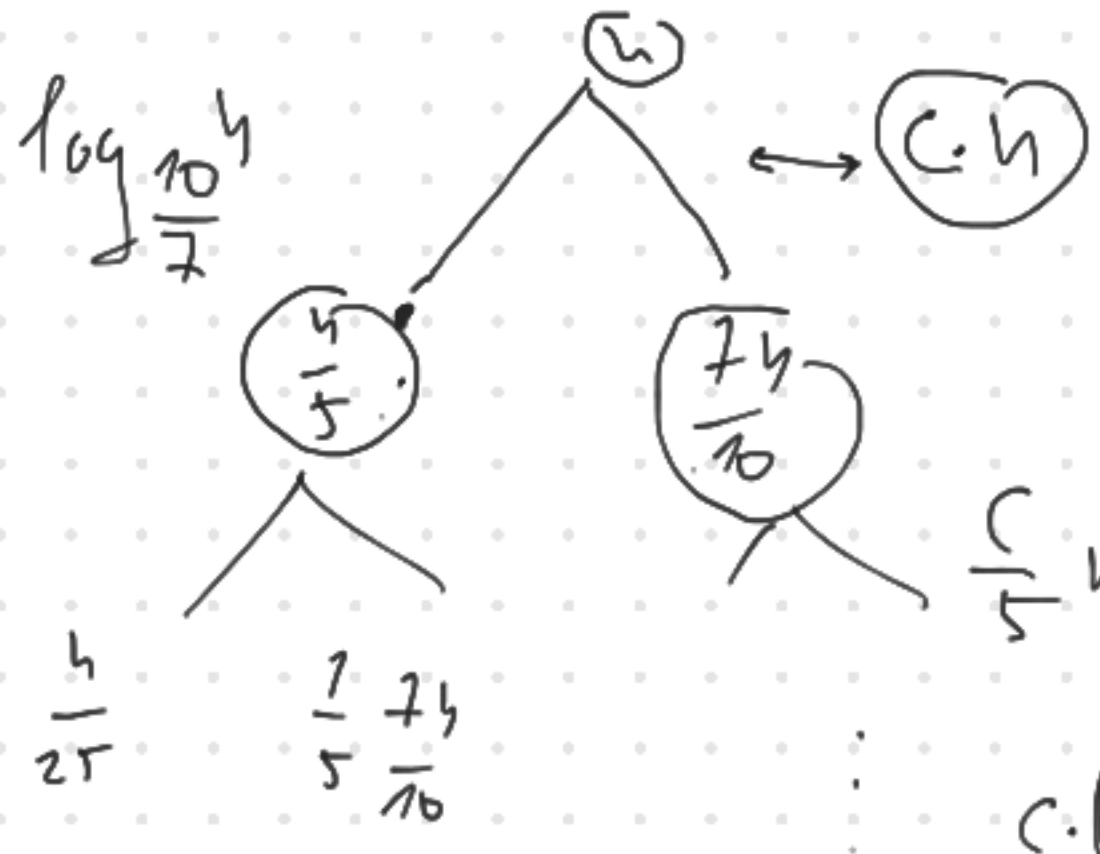
$$\frac{n}{2} + \frac{n}{2} \cdot \frac{2}{5} = n \left(\frac{5+2}{10} \right)$$

$$2n - \beta n$$

$$2 \leq \beta \Rightarrow \beta \geq \frac{3}{10}$$

$$\beta \leq \frac{7}{10}$$





D&C



$$\frac{C}{5} h + \frac{7C}{10} h = \frac{9}{10} h$$

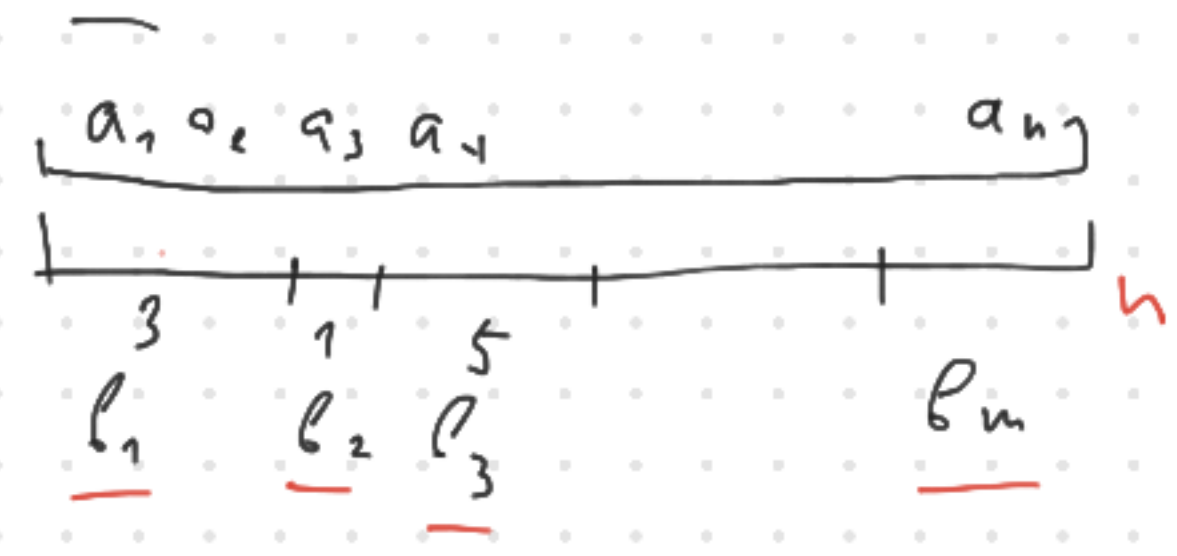
$$C \cdot \left(\frac{9}{10}\right)^2 h$$

$$C h \cdot \left(1 + \frac{9}{10} + \left(\frac{9}{10}\right)^2 + \dots \right) \leq C h \cdot \frac{1}{1 - \frac{9}{10}} = 10 \cdot C h$$

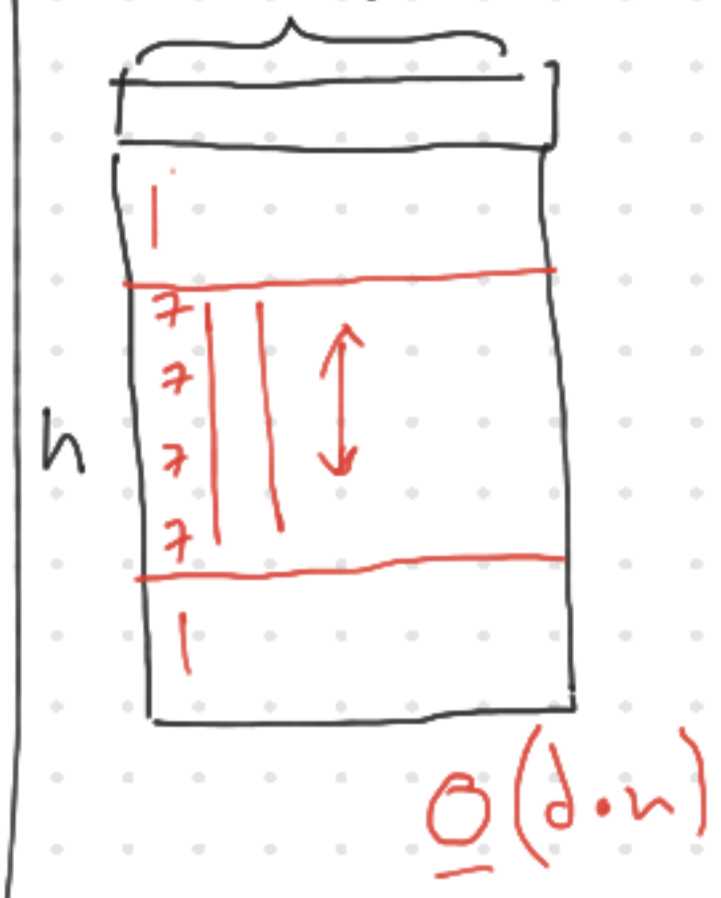
3.7 Counting sort
 Сортировка подсчетом

сорт малой длины n
 с учетом ширины m $[0 \dots m]$
 $a_i \in [m]$
 $[a_1, a_2, a_3, \dots, a_n]$
 $[0, 1, 2, \dots, m]$
 $[3, 7, 5, 4, \dots, 1, 0]$

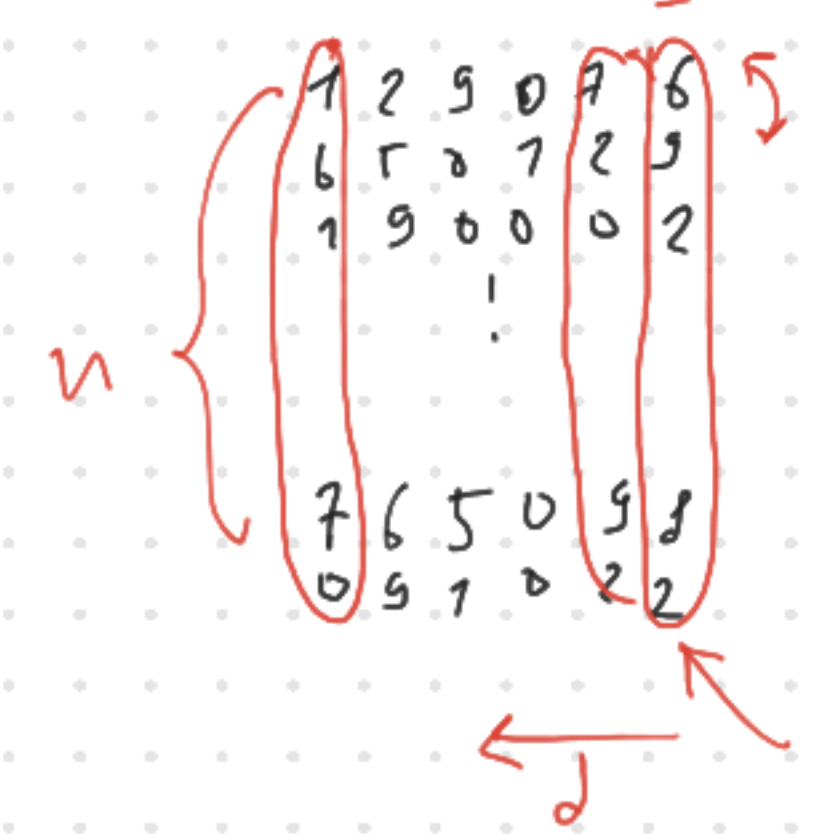
$q_i = 3$
 $O(n+m) = O(\max(n, m))$



3.2 Radix sort
 групп. сорт.



stable counting sort ≤ 9



3.3 Bucket Sort

Сортировка

Линейная/Стабильная

$[a_1 \dots a_n]$

$a_i \in \mathbb{R}$

$a_i \in [0, 1]$

$a_i \leftarrow \cup_{[0,1]}$



1) перебрать a_i по bucketам $O(n)$

2) Insertion sort по bucketам $\sum c \cdot b_i^2$

$$E T(n) = O(n) + E \left(\sum_i c b_i^2 \right)$$

$$E \sum_i c b_i^2 = c \sum_i E b_i^2 = c \cdot n \left(2 - \frac{1}{n} \right) = O(n)$$

$$p = \frac{1}{n}$$

$$E b_i = 1$$

$$E b_i^2 = ?$$

$$D b_i = E(b_i^2) - (E b_i)^2$$

"

$$n \cdot D X = E X^2 - (E X)^2 = p - p^2 = p(1-p)$$

$$E b_i^2 = D b_i + (E b_i)^2 = n p(1-p) + 1 =$$

$$= n \frac{1}{n} \left(1 - \frac{1}{n} \right) + 1 = 2 - \frac{1}{n}$$

$$X_i = \begin{cases} p, & ? \\ 1-p, & 0 \end{cases}$$

С вероятностью 1 (.)

$$b_i = \sum X_j$$

$\left[\begin{array}{cccccc} 995 & 539 & 7(6) & 73 & 37 & \dots & 98 \end{array} \right]$
 $\begin{array}{cccccc} 100 & 5 & 7 & & 37 & & 98 \end{array}$

