

SPb HSE, Магистры ВШЭ, осень 2025/26

Практика по алгоритмам #1

Асимптотики

11 сентября

Собрано 11 сентября 2025 г. в 15:49

Содержание

1. Асимптотики

1

АСИМПТОТИКИ

1. Докажите, что

- а) Если $f = \Theta(g)$, $g = \mathcal{O}(h)$, то $f = \mathcal{O}(h)$ и не следует, что $f = \Theta(h)$.
- б) Если $g = \mathcal{O}(f)$, $h = \Theta(f)$ $t = o(f)$, то $g + h + t = \Theta(f)$.

2. Дан код, сколько работает?

```
1 for (int i = 0; i < n; i++)
2     for (int j = 0; j < i; j++)
3         for (int k = 0; k < j; k++)
4             ;
```

3. Дан код, сколько работает?

```
1 for (int i = 1; i < n; i++)
2     for (int j = 0; j < n; j += i)
3         ;
```

4. Рекурренты

За сколько работает программа, если:

- а) $T(n) = 3T(\frac{n}{3}) + n$
- б) $T(n) = T(\frac{n}{2}) + n^2$
- в) $T(n) = 4T(\frac{n}{2}) + n^2$
- г) $T(n) = 5T(\frac{n}{2}) + n \log n$

5. Задача про квадраты

Найдите a, b : $a^2 + b^2 = n$.

- (а) Решите за $\Theta(n^{1/2})$,
- (б) избавьтесь от корней.

6. MergeSort без рекурсии

Напишите версию сортировки слиянием без рекурсии.

7. (*) Merge-Sort-Tree

Пусть по ходу рекурсии merge-sort мы сохранили все промежуточные массивы, сколько потрачено памяти?

8. (*) InsertionSort rocks

Пусть мы взяли отсортированный массив и 3 раза сделали swap случайной пары элементов, за сколько работает insertion sort?

9. (*) Merge-Sort-Tree Rocks

Рассмотрим дерево merge-sort-tree, научитесь обрабатывать запрос $\langle x, L, R \rangle$.

Выведите все числа $\leq x$ на отрезке $[L, R]$ за $\mathcal{O}(k + \log n)$, где k – размер ответа.