

SPb HSE, ПАДИИ, 1 курс, осень 2024/25

Практика по алгоритмам #16

Божественная структура: ДО

23 января

Собрано 20 января 2025 г. в 19:09

Содержание

1. Божественная структура: ДО	1
2. Разбор задач практики	2
3. Домашнее задание	3
3.1. Дополнительная часть	3

Божественная структура: ДО

1. Полный П.

Есть бинарная, *возможно, не ассоциативная* функция f .
Запросы: посчитать f на отрезке. $\langle \mathcal{O}(n^2), \mathcal{O}(1) \rangle$. Online, static.

2. Slow down

Докажите, что не существует структуры данных, которая выполняет `build(a)` за $\mathcal{O}(n)$, а операции `change(i,x)` (изменение в точке) и `getMin(l,r)` (минимум на отрезке) за $o(\log n)$.

3. Какая операция подходит для дерева отрезков

- Теория: ассоциативная, аддитивная; умеем `min`, `max`, \sum .
- Произведение матриц? `gcd`? композиция перестановок длины k на отрезке?
- Покраска клеточек в чёрный и белый цвет, запрос: количество и суммарная длина белых отрезков на отрезке $[L, R]$.

4. Как деревом отрезков возвращать не только `min`/`max`, но и позицию минимума?

5. Спуск!

Дан массив из нулей и единичек.
Отвечать на запросы: $a_i = x$; найти позицию k -й единицы. $\langle \mathcal{O}(n), \mathcal{O}(\log n) \rangle$.

6. Поддержка множества

С помощью дерева отрезков отвечайте на запросы про множество из элементов от 1 до 10^6 :
добавить x , удалить x , найти k -ую статистику, найти сумму $x \in A: l \leq x \leq r$.

(*) Какая проблема с элементами до 10^9 ? Как решить?

7. Дерево отрезков может всё, что угодно

- Сколько чисел $\leq x$ на отрезке $[L, R]$?
- Найдите k -ую порядковую статистику на отрезке $[L, R]$.

8. Возьмите динамику для НВП за $\mathcal{O}(n^2)$ и улучшите её до $\mathcal{O}(n \log n)$ деревом отрезков.

9. (*) Научитесь отвечать на запрос `get(L, R, x)`: посчитать на отрезке $[L, R]$ сумму $(x + a_i)^2$.

Разбор задач практики

1. ?

Домашнее задание

1. (2+1) Правильный скобочный подотрезок

Дана скобочная последовательность из круглых скобок. Запросы: является ли отрезок $[L, R]$ правильной скобочной последовательностью; изменить i -ю скобку. $\mathcal{O}(\log n)$, online.

Если вы умеете отвечать только на первый запрос, решение оценивается в (2) балла.

3.1. Дополнительная часть

1. (2+1) Отрезки без котиков

Дана клетчатая полоска $1 \times n$. Изначально в каждой клетке сидит котик. Дан набор из m отрезков $1 \leq l_j \leq r_j \leq n$. Запрос: из i -й клетки ушёл котик, сколько из m отрезков сейчас не содержат ни одного котика?

- a) (2) Offline (дан массив из q запросов, ответить на все разом)
- b) (1) Online (запросы даются по одному, уметь быстро отвечать на один)