

SPb HSE, ПАДИИ, 1 курс, осень 2024/25

Практика по алгоритмам #7

Динамика 1. Скрытая угроза.

17 октября

Собрано 15 октября 2024 г. в 02:50

---

## Содержание

1. Динамика 1. Скрытая угроза.	1
2. Домашнее задание	2
2.1. Дополнительная часть . . . . .	2

# Динамика 1. Скрытая угроза.

## 1. Простые

- Посчитайте числа Фибоначчи:  $f_n = f_{n-1} + f_{n-2} + f_{n-3}$ ,  $f_0 = f_1 = f_2 = 1$ .
- Посчитайте цэшки:  $C_{n,k} = C_{n-1,k} + C_{n-1,k-1}$ ,  $C_{n,0} = C_{n,n} = 1$ .

## 2. Линейные

- Сколько способов пропрыгать из 0 в  $N$  не попав в ямку (прыжок = на 1, 2, 5 вперёд)?
- Калькулятор. Есть число 1, за ход можно сделать  $x \rightarrow 2x$ ,  $x \rightarrow 3x$ ,  $x \rightarrow x+1$ .  
Получить  $N$  за минимальное число ходов. Решите динамикой вперёд/назад, ленивой.
- Выбрать из массива элементы максимальной суммы, если нельзя брать соседние.

## 3. Подходит ли строка под шаблон

Рассмотрим шаблон из «?» (ровно один любой символ), «\*» (любая, возможно пустая, строка) и букв. Строка  $s$  подходит под шаблон  $p$ , если в  $p$  можно «?» и «\*» заменить так, что получится  $s$ . Проверьте.

## 4. Ленивость

Есть  $n \leq 10^{18}$  котят. Нужно посчитать число групп, на которые поделятся котята, если они делятся на группы  $\lfloor \frac{n}{2} \rfloor$  и  $\lceil \frac{n}{2} \rceil$  при  $n > k$  и не делятся при  $n \leq k$ .

Докажите, что при решении ленивой динамикой будет  $\mathcal{O}(\log n)$  состояний.

## 5. Задачи про рюкзак

- Есть 2 рюкзака, распределить и унести в них все предметы.
- Есть 2 рюкзака, набрать в них предметы max стоимости.
- Есть 1 рюкзак, нужно набрать ровно  $k$  предметов, max суммарной стоимости.

## 6. Разбиения на слагаемые

Сколько способов представить число  $n$  в виде суммы  $k$  возрастающих слагаемых?  
Решите за  $\mathcal{O}(n^4)$ ,  $\mathcal{O}(n^3)$ ,  $\mathcal{O}(n^2)$ , (\*)  $\mathcal{O}(n^{3/2})$ . р.с. Причём тут рюкзак?

## Домашнее задание

*Важно, чтобы вы выписали формулами, что храните в динамике, состояние динамики, переходы динамики. Без этого ваши решения проверяться не будут.*

### 1. (2) Строка

Дана строка длины  $n$ . Всего у неё  $2^n$  подпоследовательностей. Сколько среди них таких, что каждый две соседние буквы различны?  $\mathcal{O}(n^2)$ . Более быстрые получают больше.

### 2. (2) Игра

На вас в определённом порядке падают  $n$  монеток различной стоимости. Каждую монетку можно или взять себе, или пропустить. Как только  $s$ , суммарная ценность монеток, которые вы взяли, становится больше  $k$  ( $1 \leq k \leq 100$ ), вы получаете  $+s^2$  очков и  $s$  обнуляется. Наберите как можно больше очков.

## 2.1. Дополнительная часть

### 1. (3) Отрезки на прямой

Даны  $n$  отрезков на прямой. У каждого есть вес. За  $\mathcal{O}(n \log n)$  выберите непересекающиеся отрезки максимального суммарного веса. Решения за  $\mathcal{O}(n^2)$  будут получать (1.5)