

SPb HSE, ПАДИИ, 1 курс, осень 2024/25

Практика по алгоритмам #7

Динамика 1. Скрытая угроза.

17 октября

Собрано 15 октября 2024 г. в 02:50

Содержание

1. Динамика 1. Скрытая угроза.	1
2. Домашнее задание	2
2.1. Дополнительная часть	2

Динамика 1. Скрытая угроза.

1. Простые

- Посчитайте числа Фибоначчи: $f_n = f_{n-1} + f_{n-2} + f_{n-3}$, $f_0 = f_1 = f_2 = 1$.
- Посчитайте цэшки: $C_{n,k} = C_{n-1,k} + C_{n-1,k-1}$, $C_{n,0} = C_{n,n} = 1$.

2. Линейные

- Сколько способов пропрыгать из 0 в N не попав в ямку (прыжок = на 1, 2, 5 вперёд)?
- Калькулятор. Есть число 1, за ход можно сделать $x \rightarrow 2x$, $x \rightarrow 3x$, $x \rightarrow x+1$.
Получить N за минимальное число ходов. Решите динамикой вперёд/назад, ленивой.
- Выбрать из массива элементы максимальной суммы, если нельзя брать соседние.

3. Подходит ли строка под шаблон

Рассмотрим шаблон из «?» (ровно один любой символ), «*» (любая, возможно пустая, строка) и букв. Строка s подходит под шаблон p , если в p можно «?» и «*» заменить так, что получится s . Проверьте.

4. Ленивость

Есть $n \leq 10^{18}$ котят. Нужно посчитать число групп, на которые поделятся котята, если они делятся на группы $\lfloor \frac{n}{2} \rfloor$ и $\lceil \frac{n}{2} \rceil$ при $n > k$ и не делятся при $n \leq k$.

Докажите, что при решении ленивой динамикой будет $\mathcal{O}(\log n)$ состояний.

5. Задачи про рюкзак

- Есть 2 рюкзака, распределить и унести в них все предметы.
- Есть 2 рюкзака, набрать в них предметы max стоимости.
- Есть 1 рюкзак, нужно набрать ровно k предметов, max суммарной стоимости.

6. Разбиения на слагаемые

Сколько способов представить число n в виде суммы k возрастающих слагаемых?
Решите за $\mathcal{O}(n^4)$, $\mathcal{O}(n^3)$, $\mathcal{O}(n^2)$, (*) $\mathcal{O}(n^{3/2})$. р.с. Причём тут рюкзак?

Домашнее задание

Важно, чтобы вы выписали формулами, что храните в динамике, состояние динамики, переходы динамики. Без этого ваши решения проверяться не будут.

1. (2) Строка

Дана строка длины n . Всего у неё 2^n подпоследовательностей. Сколько среди них таких, что каждый две соседние буквы различны? $\mathcal{O}(n^2)$. Более быстрые получают больше.

2. (2) Игра

На вас в определённом порядке падают n монеток различной стоимости. Каждую монетку можно или взять себе, или пропустить. Как только s , суммарная ценность монеток, которые вы взяли, становится больше k ($1 \leq k \leq 100$), вы получаете $+s^2$ очков и s обнуляется. Наберите как можно больше очков.

2.1. Дополнительная часть

1. (3) Отрезки на прямой

Даны n отрезков на прямой. У каждого есть вес. За $\mathcal{O}(n \log n)$ выберите непересекающиеся отрезки максимального суммарного веса. Решения за $\mathcal{O}(n^2)$ будут получать (1.5)