

SPb HSE, ПАДИИ, 1 курс, осень 2024/25

Практика по алгоритмам #6

Рекурсия, жадности, события

10 октября

Собрано 13 октября 2024 г. в 20:21

---

## Содержание

1. Рекурсия, жадности, события	1
2. Домашнее задание	2
2.1. Дополнительная часть . . . . .	2

# Рекурсия, жадности, события

## 1. Ленивое удаление

Научиться удалять произвольный элемент из `C++:priority_queue`, `python:heapq` (сами по себе они не умеют это удалять).

## 2. Простая рекурсия

Дан массив длины  $n \leq 20$  и число  $k \leq n$ . Сколько способов выбрать  $k$  ячеек массива так, чтобы среди выбранных элементов любые отличались хотя бы на 2?  $\mathcal{O}(2^n)$ .

## 3. Дешёвое удаление

Дан массив длины  $n \leq 10$ , за ход можно удалить любой элемент кроме крайнего и заплатить штраф  $a_i \cdot$  (сумму соседей). После удаления элемента, массив становится длины  $n-1$ .

Удалить массив (кроме крайних) за минимальную стоимость.  $\mathcal{O}(n!)$ .

## 4. Гамильтонов путь

Дан граф. Найти путь, который проходит по всем вершинам ровно по одному разу.  $\mathcal{O}(n!)$ .

## 5. Суровый мир

Есть очень много заданий. Мы можем выполнять их по очереди. У каждого есть дедлайн  $d_i$  на время начала работ «когда задание должно быть начато» и время  $t_i$  «сколько времени нужно делать задание». В каком порядке выполнять задания, чтобы успеть все в дедлайны?

## 6. Непрерывный рюкзак

У предметов есть вес  $w_i$ , стоимость  $cost_i$ , их можно пилить, какие взять в рюкзак, который можем выдержать суммарный вес не более  $W$ ?

## 7. Точки и отрезки

Для каждой из  $n \leq 10^6$  точек узнать, сколько из данных  $m \leq 10^6$  отрезков её покрывают.

## 8. Покраска на отрезке

Дано  $10^6$  запросов вида «отрезок забора от  $L_i$  до  $R_i$  покрасить в цвет  $C_i$ ».

Вам даны все запросы, скажите в самом конце сколько будет какого цвета?

## 9. (\*) Огромный часовой магазин

Даны  $n$  механизмов вида «часы со стрелками», стрелки можно переводить только вперёд, сделать так, чтобы все часы показывали одно время, прокрутив стрелки на минимальное суммарное расстояние.

## Домашнее задание

### 1. (3) $k$ раз покрытые

Даны  $n \leq 10^6$  отрезков на прямой. Рассмотрим

$$S_k = \{x \mid x \text{ покрыта ровно } k \text{ отрезками из данных}\}$$

$S_k$  – множество точек, часть прямой. У множества точек на прямой  $S_k$  есть длина. Для каждого  $k$  посчитайте длину  $S_k$ .

### 2.1. Дополнительная часть

#### 1. (2) Расширяющиеся отрезки

На прямой есть  $n$  отрезков. Границы отрезков меняются со временем.

В момент времени  $t$  отрезок  $i$  равен  $[x_i - t \cdot r_i, x_i + t \cdot r_i]$ .

Найдите первый момент времени, когда отрезки покроют часть прямой  $[0, M]$ .

*Внимание*, решения за  $\Omega(n \log^2 s)$  будут оцениваться в 0 баллов  $s = \min\{n, \max x_i, \max r_i\}$ .