

SPb HSE, ПАДИИ, 1 курс, осень 2024/25

Практика по алгоритмам #2

Бинпоиски

12 сентября

Собрано 17 сентября 2024 г. в 23:02

Содержание

1. Бинпоиски	1
2. Домашнее задание	2
2.1. Дополнительная часть	2

Бинпоиски

1. Два указателя

- Найти в данном массиве самый короткий отрезок, содержащих ровно k единиц. $\mathcal{O}(n)$.
- Найти отрезок максимальной длины без повторяющихся элементов. $\mathcal{O}(n)$.

2. Strange bound

Дан x и сортированный массив a . Найти $\max i: a[i] \leq x$.
Используйте STL: `lower_bound`, `upper_bound`.

3. Сколько бинпоисков

Дан массив в котором сперва идут двойки, затем единицы, затем нули.
Найдите позицию самой левой и самой правой единицы.

4. Минимум в массиве

Дан массив, который сперва строго убывает, затем строго возрастает.
Найдите в нём минимум за $\mathcal{O}(\log n)$.

5. Бинпоиск по массиву

Дан отсортированный массив размера n .
За $\mathcal{O}(\log n)$ найдите, сколько раз в нём встречается число x .

6. Для любителей статистики

Дан массив a размера n . Вы можете заранее что-нибудь посчитать, на это дано $\mathcal{O}(n \log n)$ времени. Затем вас много раз будут просить за $\mathcal{O}(\log n)$ посчитать $get(x, L, R) =$ «сколько раз встречается число x на отрезке $[L, R]$ массива?»

7. Квадратный корень

Дано $x \leq 10^{18}$, найдите $\lfloor \sqrt{x} \rfloor$.

8. Пачкорды

Вы хотите k пачкордов одинаковой максимально большой длины. У вас есть $n < k$ пачкордов длин a_1, a_2, \dots, a_n . Можно резать, соединять обрезки нельзя. $k \leq 10^9$, $a_i \leq 10^9$, найдите максимальную длину.

9. Коровы – в стойла!

Есть m стойл с координатами x_1, \dots, x_m и n коров. Расставить коров по стойлам так, чтобы минимальное расстояние между коровами было максимально.

10. (*) Поиск статистик

Даны два отсортированных массива длины n . Без дополнительного подсчета найти k -ю порядковую статистику в объединении массивов.

- За $\mathcal{O}(\log n \cdot \log \text{MAX})$. Значения элементов по модулю не превышают MAX .
- За $\mathcal{O}(\log n)$.

Домашнее задание

1. (2) Ближайший по значению

Даны отсортированные массивы a и b длины n .

Для каждого элемента a найти ближайший по значению элемент b . $\mathcal{O}(n)$.

2. (3) Объединение

Есть два отсортированных массива a и b и число k , нужно найти число, которое стоит в отсортированном объединении a и b на k -м месте. Пример: $a = \{1, 1, 3\}$, $b = \{2, 3, 3, 4\}$, $ab = \{1, 1, 2, 3, 3, 3, 4\}$, $k = 3$, на 3-м месте в объединении стоит 2.

Решите задачу за $\mathcal{O}(\log^2)$, за $\mathcal{O}(\log n)$ можно получить (+1).

2.1. Дополнительная часть

1. (1+1) Место сбора

На прямой живут $n \leq 1000$ человечков. i -й живёт в точке x_i и умеет двигаться со скоростью v_i . Выберите человечкам точку, в которой они соберутся, чтобы сумма времён, за которые они попадут в эту точку, была минимальна. (+1) $n \leq 10^5$.

2. (3) Частное пар

Даны $n \leq 10^5$ пар $(a_i > 0, b_i > 0)$, выбрать k пар так, чтобы минимизировать $\frac{\sum a_i}{\sum b_i}$.