

# Вопросы к экзамену по алгоритмам SPb HSE, 1-й курс ПАДИИ, декабрь 2024

## Общая информация

- Слайды от Данила: [\[link\]](#)
- Конспекты ПМИ: [\[part1\]](#) [\[part2\]](#) [\[part3\]](#)
- Практики и куски разборов: [\[wiki\]](#)
- Экзамен: письменный + устный,  $\approx 1$  час на подготовку билета,  $\approx 20$  минут на ответ записанного и дополнительных вопросов. Экзамен проходит *без* использования конспекта и других источников.
  - *Курсивом* помечено то, что было разобрано на практике.
  - (a) темы, обязательные к знанию (без них не получить удовл. оценку)
  - (+) факультативные темы (оценка 10) – нужно заботать 7 **любых** темы из 10.

## Динамика

1. DP. Редакционное расстояние, НОП, НВП за  $\mathcal{O}(n^2)$ .
- (a) 2. DP. Рюкзак за  $\mathcal{O}(nS)$ .
3. DP. Реализация рюкзака с линией памяти.
4. DP. Рюкзак + bitset,  $\mathcal{O}(\frac{nS}{w})$  и линия памяти.
5. DP. Версия рюкзака с весами до  $10^{18}$ , стоимостями до  $10^3$ .
6. DP. Восстановление ответа: со ссылками назад.
7. DP. Восстановление ответа: версия без ссылок назад.
8. DP. Динамика по подотрезкам на примере «макс-подпоследовательность-палиндром» или на примере «умножение массива матриц».
9. DP. Динамика по подотрезкам на примере «запаковка строки».
- (a) 10. DP. Динамика по деревьям: размер поддерева, глубина поддерева.
11. DP. Идеи «измельчение перехода» и «хранить пару» для задачи «погрузка на корабль».
- (a) 12. DP. Хранение множеств: бит-маски  $\rightarrow$  uint32, uint64.
13. DP. Быстрые операции с множествами:  $x \in A$ ,  $A \cap B$ ,  $A \cup B$ ,  $A \setminus B$ ,  $B \subseteq A$ ,  $\{0, 1, \dots, n-1\}$ .
14. DP. Гамильтонов путь за  $\mathcal{O}(2^n n^2)$ . Рекурсивная и нерекурсивная реализации.
- (a) 15. DP. Коммивояжер за  $\mathcal{O}(2^n n^2)$ .
16. DP. Set-Cover (рюкзак по множествам).
17. DP. Перебор пар  $A$  и  $B \subseteq A$ . Реализация. Обоснование времени работы  $\mathcal{O}(3^n)$ .
18. DP. Покраска вершин графа в минимальное число цветов за  $\mathcal{O}(3^n)$ .

## Графы: база и dfs

- (a) 19. Хранение: матрица смежности, списки смежности, хеш-таблицы (сету). Сравнение способов. Когда какой использовать?
- (a) 20. dfs. Поиск компонент связности.
21. dfs. Поиск пути, восстановление пути на обратном ходу рекурсии.
22. dfs. Topsort.
23. dfs. Покраска графа в 2 цвета.
24. dfs. Разбиение вершин графа на два полных графа (клик).
25. dfs. Поиск цикла в орграфе.

26. dfs. Эйлеров путь и цикл. Алгоритм поиска.
27. dfs. Сильная связность. Def. Простой алгоритм выделения к.с.с. вершины  $v$  за  $\mathcal{O}(V+E)$ .
28. dfs. Поиск всех к.с.с. за  $\mathcal{O}(V + E)$ .
29. dfs. Рёберная и вершинная 2-связность, 3-связность. Только определения: мосты, точки сочленения, компоненты 2-связности и 3-связности.
30. dfs. Поиск мостов и компонент рёберной двусвязности за  $\mathcal{O}(V + E)$ .
31. dfs. Поиск транзитивного замыкания за  $\mathcal{O}(\frac{VE}{w})$ .

### Графы: кратчайшие пути

- (a) 32. Graph. bfs для невзвешенных графов.
33. Graph. bfs для взвешенных графов за  $\mathcal{O}(E + kV)$ .
- (a) 34. Graph. Дейкстра, реализация за  $\mathcal{O}(n^2)$ .
35. Graph. Дейкстра, реализация за  $\mathcal{O}(m \log n)$ .
36. Graph. Дейкстра и C++: использование *set*, *priority\_queue*.
37. Graph. Форд-Беллман, динамика за  $\mathcal{O}(VE)$ . Поиск путей длины ровно  $k$  рёбер.
38. Graph. Форд-Беллман, bfs-подобная-реализация очередью.
39. Graph. Флойд с восстановлением ответа.
40. Graph. Поиск цикла отрицательного веса. И определить наличие, и восстановить цикл, корректность восстановления доказывать не нужно.
41. Graph. Поиск цикла минимального среднего веса.

### Дополнительные вопросы

- (+) 42. DP. Хиршберг. Применение для НОП.
- (+) 43. DP. НВП за  $\mathcal{O}(n \log n)$ .
- (+) 44. DP. Гамильтонов путь за  $\mathcal{O}(2^n n)$  (битовая магия).
- (+) 45. Meet-In-The-Middle. Для рюкзака без стоимостей.  $\mathcal{O}(2^{n/2})$ .
- (+) 46. Graph. 2-связность: вершинная и рёберная. Алгоритм со стеком поиска компонент за  $\mathcal{O}(V+E)$ .
- (+) 47. Graph. 2-SAT. Формулировка. Решение за  $\mathcal{O}(V + E)$  без доказательства.
- (+) 48. Graph. Алгоритм  $A^*$  с доказательством корректности.
- (+) 49. Graph. Доказательство корректности поиска отрицательного цикла за  $\mathcal{O}(VE)$ .
- (+) 50. Graph. Раскраска вершин графа в  $k$  цветов. Жадное решение за  $\mathcal{O}(V + E)$ .
- (+) 51. Graph. Идея потенциалов. Применение для APSP: алгоритм Джонсона.