

Содержание

Must have	2
Задача 21А. Умножение многочленов [1, 256]	2
Задача 21В. Деление многочленов [1, 256]	3
Задача 21С. Умножение чисел [1, 256]	4
Задачи здорового человека	5
Задача 21D. 4-SUM [1, 256]	5
Задача 21Е. Дуэль [1, 256]	6
Задача 21F. Раздвоение [1, 256]	7
Для искателей острых ощущений	8
Задача 21G. Умножение четырех чисел [1, 256]	8
Задача 21H. ДНК роботов [1, 256]	9
Задача 21I. AVL-деревья [1, 256]	10

У вас не получается читать/выводить данные?

Воспользуйтесь примерами (c++) (python).

Обратите внимание, входные данные лежат в **стандартном потоке ввода** (он же stdin), вывести ответ нужно в **стандартный поток вывода** (он же stdout).

Must have

Задача 21А. Умножение многочленов [1, 256]

Даны многочлены $P(x)$ и $Q(x)$, найдите $P(x)Q(x)$. $Q(x) = x^k - 1$.
У $P(x)$ все коэффициенты — случайные целые числа от 0 до $m - 1$.
Все вычисления происходят по модулю m , m — простое от 2 до $10^9 + 7$.

Формат входных данных

Первая строка содержит целые числа n, k, m .
Следующая строка содержит n чисел p_0, p_1, \dots, p_{n-1} , $P(x) = \sum p_i x^i$.

Формат выходных данных

Выведите $n + k$ целых чисел от 0 до $m - 1$: $b_0, b_1, \dots, b_{n+k-1}$,
такие, что $P(x)Q(x) = \sum b_i x^i \pmod m$.

Примеры

stdin	stdout
4 1 7 1 2 3 4	6 6 6 6 4

Подсказка по решению

Очень простая задача. Один цикл for.

Задача 21В. Деление многочленов [1, 256]

Даны многочлены $P(x)$ и $Q(x)$, найдите такие $A(x)$ и $R(x)$, что $P(x) = A(x)Q(x) + R(x)$ и $\deg R < \deg Q$. $Q(x) = x^k - 1$. У $P(x)$ все коэффициенты — случайные целые числа от 0 до $m - 1$. Все вычисления происходят по модулю m , m — простое от 2 до $10^9 + 7$.

Формат входных данных

Первая строка содержит целые числа n, k, m .

Следующая строка содержит n чисел p_0, p_1, \dots, p_{n-1} , $P(x) = \sum p_i x^i$.

Формат выходных данных

На первой строке выведите $t = \max(n - k, 1)$ целых чисел от 0 до $m - 1$: a_0, a_1, \dots, a_{t-1} . На второй строке k целых чисел от 0 до $m - 1$: r_0, r_1, \dots, r_{k-1} . Все эти числа должны обладать свойством, что $P(x) = Q(x)(\sum a_i x^i) + \sum r_i x^i \pmod m$.

Примеры

stdin	stdout
3 1 7 1 5 1	6 1 0
3 1 7 2 4 1	5 1 0
3 1 7 0 4 1	5 1 5

Подсказка по решению

Очень простая задача. Один цикл for.

Задача 21С. Умножение чисел [1, 256]

Требуется перемножить два целых неотрицательных числа.

Формат входных данных

В двух строках даны два целых неотрицательных числа в 10-чной системе счисления. Максимальная длина числа = 2^{18} .

Формат выходных данных

Выведите в выходной файл произведение.

Пример

stdin	stdout
13	1300
100	

Замечание

Потренируйтесь писать FFT.

Не забудьте, что систему счисления можно выбирать больше 10.

Задачи здорового человека

Задача 21D. 4-SUM [1, 256]

Дан массив длины n из целых чисел число S .

Выберите любые $1 \leq i, j, k, l \leq n$: $a_i + a_j + a_k + a_l = S$.

Формат входных данных

На первой строке n ($4 \leq n \leq 256\,000$) и S ($0 \leq S \leq 256\,000$).

В следующей строке массив из n число от 0 до 256 000.

Формат выходных данных

Четвёрку индексов. Одно число можно брать два раза.

Если таких i, j, k, l не существует, выведите 0.

Пример

stdin	stdout
5 21 0 10 11 13 12	1 2 1 3
4 0 1 1 1 1	0

Подсказка по решению

Чтобы не было переполнений, можно считать по случайному простому модулю.

А можно воспользоваться идеей с практики.

Задача 21E. Дуэль [1, 256]

Двое дуэлянтов решили выбрать в качестве места проведения поединка тёмную аллею. Вдоль этой аллеи растёт n деревьев и кустов. Расстояние между соседними объектами равно одному метру. Дуэль решили проводить по следующим правилам. Некоторое дерево выбирается в качестве стартовой точки. Затем два дерева, находящихся на одинаковом расстоянии от исходного, отмечаются как места для стрельбы. Дуэлянты начинают движение от стартовой точки в противоположных направлениях. Когда соперники достигают отмеченных деревьев, они разворачиваются и начинают стрелять друг в друга.

Дана схема расположения деревьев вдоль аллеи. Требуется определить количество способов выбрать стартовую точку и места для стрельбы согласно правилам дуэли.

Формат входных данных

Во входном файле содержится одна строка, состоящая из символов '0' и '1' — схема аллеи. Деревья обозначаются символом '1', кусты — символом '0'. Длина строки не превосходит 100 000 символов.

Формат выходных данных

Выведите количество способов выбрать стартовую точку и места для стрельбы согласно правилам дуэли.

Примеры

stdin	stdout
101010101	4
101001	0

В первом примере возможны следующие конфигурации дуэли (стартовое дерево и деревья для стрельбы выделены жирным шрифтом): **101010101**, **101010101**, **101010101** и **101010101**.

Задача 21F. Раздвоение [1, 256]

Обозначим две последовательности действительных чисел $x(k)$ и $y(k)$. Определим последовательность комплексных чисел $z(k)$: $z(k) = x(k) + iy(k)$.

Пусть $FFT_N(k, z) = \sum_{n=0}^{N-1} z_n e^{2\pi i kn/N}$.

Аналогичным образом определяются $FFT_N(k, x)$ и $FFT_N(k, y)$.

По вычисленным значениям $FFT_N(k, z)$ восстановите значения $FFT_N(k, x)$ и $FFT_N(k, y)$.

Формат входных данных

В первой строке входного файла записано целое число N ($1 \leq N \leq 2^{30}$, N является степенью двойки). Далее следуют целые неотрицательные числа A, B, C, D, E, F , не превосходящие 1000. Для экономии времени ввода значения $FFT_N(k, z)$ нужно будет вычислять по следующим формулам:

$$FFT_N(k, z).real = ((A + B \cdot k) \text{ xor } (C \cdot k)) \cdot 10^{-3},$$

$$FFT_N(k, z).imag = ((D + E \cdot k) \text{ xor } (F \cdot k)) \cdot 10^{-3},$$

где $FFT_N(k, z).real$ и $FFT_N(k, z).imag$ — действительная и мнимая части соответственно.

Затем дано число M — количество запросов ($1 \leq M \leq 10^5$). Далее следуют M целых чисел q_j ($0 \leq q_j < N$).

Формат выходных данных

В выходной файл выведите M строк. В j -ой строке — значения $FFT_N(q_j, x)$ и $FFT_N(q_j, y)$. Значения должны отличаться от правильных не более, чем на 10^{-4} .

Примеры

stdin	stdout
2 1000 0 0 0 0 0	1.0 0.0 0.0 0.0 1.0 0.0 0.0 0.0
2 0 1	
4 0 100 300 500 100 200	0.000 0.000 0.500 0.000 0.504 0.140 0.516 0.176
4 0 1 2 3	0.656 0.000 0.812 0.000 0.504 -0.140 0.516 -0.176
1048576 999 998 997 996 995 994	540.737 -1587.741 1589.778 539.689 2404.809 531.421 1359.578 1569.751
3 17 239239 2011	3678.277 -523.243 526.382 3664.887

Подсказка по решению

Разобрано на практике.

Для искателей острых ощущений

Задача 21G. Умножение четырех чисел [1, 256]

Требуется перемножить четыре целых положительных числа.

Формат входных данных

В четырех строках даны четыре целых положительных числа в десятичной системе счисления. Числа даны без ведущих нулей. Суммарная длина всех чисел не превосходит 2^{20} цифр.

Формат выходных данных

Выведите в выходной файл произведение данных чисел.

Пример

stdin	stdout
13	13000
100	
5	
2	

Замечание

Решение жюри на C++ работает 0.094 секунды.

Задача 21Н. ДНК роботов [1, 256]

Последние достижения в технологии синтеза ДНК позволили провести эксперимент по созданию биороботов.

Для облегчения задачи создания ПО для управления роботами было принято решение, что их ДНК будет состоять из $M = 2^n$ символов для некоторого $n \geq 2$. Кроме этого, по техническим причинам это будет не обычная строка, а циклическая, то есть её можно начинать читать с любой позиции.

Одной из целей эксперимента является изучение мутаций биороботов. В результате продолжительных наблюдений было найдено много различных видов роботов. Для понимания процесса мутации учёным необходимо решить следующую задачу. Для ДНК двух роботов требуется определить коэффициент их похожести. Он вычисляется, как максимальное количество совпадающих символов при наилучшем совмещении этих ДНК. Чем больше символов совпадает, тем лучше совмещение.

Требуется написать программу, которая найдёт наилучшее совмещение двух ДНК.

Формат входных данных

В первой строке входного файла записано одно число M ($4 \leq M \leq 131072$). В следующих двух строках записаны ДНК двух роботов. Обе ДНК — строки, состоящие ровно из M символов из множества $\{‘A’, ‘C’, ‘G’, ‘T’\}$.

Формат выходных данных

В выходной файл выведите два числа — максимальное количество совпадающих символов и значение оптимального сдвига — неотрицательное количество символов второй ДНК, которые необходимо перенести из конца строки в её начало для достижения наилучшего совмещения.

Пример

stdin	stdout
16 ACGTACGTACGTACGT CGTACGTACGTACGTC	15 1

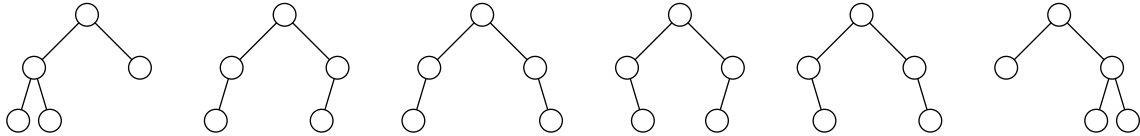
Подсказка по решению

Идея решения этой задачи разобрана на практике. Чтобы получить ОК в контесте нужно, чтобы константа вашего FFT и количество вызовов были оптимальны.

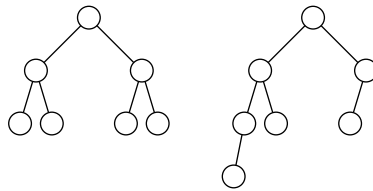
Задача 21I. AVL-деревья [1, 256]

AVL-дерево — сбалансированное по высоте двоичное дерево поиска: для каждой его вершины высота её двух поддеревьев различается не более чем на 1. AVL-деревья названы по первым буквам фамилий их изобретателей, Г. М. Адельсона-Вельского и Е. М. Ландиса.

Для фиксированного количества вершин может существовать несколько AVL-деревьев. Например, существует шесть AVL-деревьев, состоящих из пяти вершин.



Также деревья с одинаковым количеством вершин могут иметь различную высоту. Например, существуют деревья из семи вершин с высотами 2 и 3 соответственно.



Требуется по заданным n и h найти количество AVL-деревьев, состоящих из n вершин и имеющих высоту h . Так как ответ может быть очень большим, требуется найти остаток от деления искомого количества на 786433.

Формат входных данных

Во входном файле даны числа n и h ($1 \leq n \leq 65535$, $0 \leq h \leq 15$).

Формат выходных данных

Выведите одно число — остаток от деления количества AVL-деревьев, состоящих из n вершин и имеющих высоту h , на 786433.

Пример

stdin	stdout
7 3	16

Замечание

786433 — простое число, $786433 = 3 \cdot 2^{18} + 1$.