

SPb HSE, MOAD ВБИБ, осень 2024/25  
Практика по алгоритмам #16

Сканирующая прямая  
30 января

Собрано 29 января 2025 г. в 14:37

---

## Содержание

1. Сканирующая прямая

1

# Сканирующая прямая

## 1. Дерево отрезков. Базовые операции.

- Устройство: снизу и сверху.
- Дан массив из нулей и единичек. Отвечать на запросы  $a_i = x$ ; найти позицию  $k$ -й единицы.
- Поддерживать мультимножество из чисел от 1 до  $n \leq 10^6$ . Числа добавляются, удаляются. Нужно отвечать на запрос «количество элементов в множестве от  $L$  до  $R$ ».
- Поддерживать мультимножество из чисел от 1 до  $n \leq 10^{18}$ .

## 2. Дерево отрезков. Новые операции.

- Умеем  $\min$ ,  $\max$ ,  $\sum$ . Произведение матриц,  $\gcd$ , композиция перестановок длины  $k$ .
- Покраска отрезка в чёрный и белый, число отрезков белого цвета на отрезке.
- Количество чисел на отрезке  $[L, R]$  значение которых от  $x$  до  $y$ .
- $k$ -ая статистика на отрезке за  $\mathcal{O}(\log^3 n)$ .
- Жадность: брать локальные максимумы на отрезке (Д.О. декартовых деревьев)

## 3. Scanline (sweepline)

- НВП с помощью дерева отрезков.
- Наибольшая по весу возрастающая подпоследовательность.
- Число пар вложенных отрезков на прямой (где точки?)
- НВП с весами ещё раз на языке точек.
- 2D-запросы на плоскости: offline и online.
- Количество инверсий с помощью дерева отрезков.
- Посчитайте количество  $k$ -инверсий ( $i_1 < i_2 < \dots < i_k$  и  $a_{i_1} > a_{i_2} > \dots > a_{i_k}$ ).

## 4. Персистентность

- Количество различных чисел на отрезке.
- Локализация точки на плоскости за  $\langle \mathcal{O}(n \log n), \mathcal{O}(\log n) \rangle$ .
- $k$ -ая статистика на отрезке за  $\mathcal{O}(\log n)$

## 5. (\*) ЕТТ

Дан лес. Запросы: добавить ребро; удалить ребро; в одном ли дереве  $x$  и  $y$ .