

SPb HSE, MOAD ВБИБ, осень 2024/25

Практика по алгоритмам #9

Кратчайшие пути

7 ноября

Собрано 6 ноября 2024 г. в 22:02

Содержание

1. Кратчайшие пути

1

Кратчайшие пути

1. Чётные пути

Дан оргграф, $w_e \geq 0$. Найдите кратчайший путь из s в t , состоящий из чётного числа рёбер.

2. Кратчайший путь по выделенным вершинам

Дан взвешенный оргграф с положительными весами.

Найти кратчайший путь из s в t , проходящий по всем $k \leq 10$ выделенным вершинам.

3. Дейкстра и C++/Python

set или priority_queue/heapq?

pair<int, int>/tuple или свой тип?

Как передать свой тип?

4. Число кратчайших путей

Дан взвешенный оргграф с положительными весами и вершина s .

(a) Для каждой вершины v найти число кратчайших путей из v в s .

(b) Для каждого ребра проверить, \exists ли кратчайший путь через e

5. 1- k -bfs

Дан граф, в котором все веса целые и имеют значения от 1 до k . Решите SSSP:

a) $\mathcal{O}(k(V + E))$

b) $\mathcal{O}(kV + E)$

c) То же с вещественными весами.

6. Видим графы

a) Ряд из 16 клеток. В каждой клетке изначально один монстр, у каждого сила a_i . За ход можно из двустолки зачистить две соседние клетки. После этого «ходят» монстры, мы получаем ущерб $\sum a_i$ выживших. Зачистить монстров, минимизировать ущерб.

b) На плоскости 100 прямоугольных непересекающихся препятствий. Найти кратчайший путь из x_1, y_1 в x_2, y_2 .

c) Дороги бывают платные. Дойти за минимальное время из s в t , использовав не более 100 платных дорог (бюджет).

7. DAG

(a) Найдите самый длинный простой путь в DAG.

(b) Найдите самый длинный простой путь в произвольном графе.

8. (*) Кратчайший цикл

Найти кратчайший цикл в (a) оргграфе, (b) неорграфе.

9. (*) Самый длинный цикл

Найти в неорграфе самый длинный цикл. За сколько можно решать такую задачу?