

SPb HSE, MOAD ВБИБ, осень 2024/25

Практика по алгоритмам #7

Динамика 2: новая надежда

17 октября

Собрано 16 октября 2024 г. в 17:07

Содержание

1. Динамика 2: новая надежда

1

Динамика 2: новая надежда

1. Напишите целое число, соответствующее множеству

(a) $\{3, 5\}$, (b) $\{0, 2, 3\}$

2. Операции с множествами за $\mathcal{O}(1)$

Пусть даны множества A и B из элементов $0..63$, как за $\mathcal{O}(1)$

- Найти их пересечение?
- Найти их разность?
- Посчитать размер A ?
- Проверить, является ли A подмножеством B ?

3. Универсум

Как за $\mathcal{O}(1)$ найти целое число, соответствующее множеству $\{0, 1, \dots, k\}$? ($k \leq 63$)

4. Различные и далёкие

Дан массив объектов. У каждого объекта есть стоимость $cost_i$ и тип $type_i \leq k$.

Выберите множество объектов максимальной суммарной стоимости так, что у каждой пары объектов типы различны, а разность индексов хотя бы d . $n \leq 100$, $k \leq 10$.

5. Пираты!

Судно атакуют пираты. Для каждого пирата известны его азимут a_i и время t_i , через которое пират приплывет и совершит непотребство. Однако, у судна есть лазерная пушка, которой оно защищается. У пушки есть начальный азимут a и угловая скорость вращения ω . Пушка уничтожает все объекты, на которые она сейчас направлена. Помогите судну выбрать правильный порядок уничтожения пиратов, чтобы не допустить непотребства. $\mathcal{O}(n^2)$.

6. Порядок умножения матриц

Хотим посчитать произведение матриц $A_1 \cdot A_2 \cdot A_3 \cdot \dots \cdot A_n$. Поскольку умножение ассоциативно, умножать можно в любом порядке. Для каждой матрицы известен размер.

Умножение матриц $(x \times y) \cdot (y \times z)$ работает за $x \cdot y \cdot z$.

Выберите порядок умножения матриц, чтобы минимизировать суммарное время работы.

7. Число топологических сортировок

Сколько способов упорядочить вершины графа так, чтобы все рёбра шли из вершины с меньшим номером в вершину с большим номером? (a) $\mathcal{O}(2^{nn^2})$, (b) $\mathcal{O}(2^{nn})$.

8. Коллекционер (SetCover)

В мире есть n типов марок. На рынке есть m предложений вида «за $cost_i$ купить множество марок A_i ». Купить марки так, чтобы в вашей коллекции каждый тип марки встречался хотя бы один раз. За минимальную стоимость. $\mathcal{O}(2^n \cdot m)$.

9. (*) Развозка мебели

У нас есть один грузовик грузоподъёмности W и куча предметов, вес i -го предмета w_i .

Нужно перевезти все предметы за минимальное число заездов. $\mathcal{O}(3^n)$. $\mathcal{O}(2^n \cdot n)$.