

SPb HSE, Магистры ВШЭ, осень 2024/25
Практика по алгоритмам #1

Асимптотики

5 сентября

Собрано 5 сентября 2024 г. в 12:27

Содержание

[1. Асимптотики](#)

1

АСИМПТОТИКИ

1. Докажите, что

- Если $f = \Theta(g)$, $g = \mathcal{O}(h)$, то $f = \mathcal{O}(h)$ и $f \neq \Theta(h)$.
- Если $g = \mathcal{O}(f)$, $h = \Theta(f)$, то $t = o(f)$, то $g + h + t = \Theta(f)$.

2. Дан код, сколько работает?

```

1 for (int i = 0; i < n; i++)
2     for (int j = 0; j < i; j++)
3         for (int k = 0; k < j; k++)
4             ;

```

3. Дан код, сколько работает?

```

1 for (int i = 1; i < n; i++)
2     for (int j = 0; j < n; j += i)
3         ;

```

4. Рекурренты

За сколько работает программа, если:

- $T(n) = 3T(\frac{n}{3}) + n$
- $T(n) = T(\frac{n}{2}) + n^2$
- $T(n) = 4T(\frac{n}{2}) + n^2$
- $T(n) = 5T(\frac{n}{2}) + n \log n$

5. Задча про квадраты

Найдите a, b : $a^2 + b^2 = n$.

- Решите за $\Theta(n^{1/2})$,
- избавьтесь от корней.

6. MergeSort без рекурсии

Напишите версия сортировки слиянием без рекурсии.

7. (*) Merge-Sort-Tree

Пусть по ходу рекурсии merge-sort мы сохранили все промежуточные массивы, сколько потрачено памяти?

8. (*) InsertionSort rocks

Пусть мы взяли отсортированный массив и 3 раза сделали swap случайной пары элементов, за сколько работает insertion sort?

9. (*) Merge-Sort-Tree Rocks

Рассмотрим дерево merge-sort-tree, научитесь обрабатывать запрос $\langle x, L, R \rangle$.

Выведите все числа $\leq x$ на отрезке $[L, R]$ за $\mathcal{O}(k + \log n)$, где k – размер ответа.