

Вопросы к экзамену по алгоритмам SPb HSE, MOAD и ВБИБ, декабрь 2024

Общая информация

- Слайды от Данила: [\[link\]](#) [\[wiki\]](#)
- Конспекты ПМИ: [\[part1\]](#) [\[part2\]](#) [\[part3\]](#)
- wiki курса: [\[wiki\]](#)
- Экзамен: письменный + устный, ≈ 1 час на подготовку билета, ≈ 20 минут на ответ записанного и дополнительных вопросов. Экзамен проходит *без* использования конспекта и других источников.
- *Курсивом* помечено то, что было разобрано на практике.
- (a) темы, обязательные к знанию (без них не получить удовл. оценку)
- (+) факультативные темы (оценка 10) – нужно заботать 6 **любых** темы из 8.

База, асимптотики

- (a) 1. Определения \mathcal{O} , Θ .
- 2. Определения Ω , w , o .
- 3. Свойства \mathcal{O} , Θ , o . Хотя бы 5, хотя бы 1 с доказательством.
- 4. Сортировка вставками (insertion-sort).
- 5. Инвариант цикла.
- (a) 6. Сортировка слиянием (merge-sort). Сам алгоритм.
- 7. Доказательство времени работы merge-sort.
- 8. Мастер-Теорема (только формулировка).

Сортировки, базовые структуры

- 9. Sort. QuickSort. Простая версия.
- 10. Sort. QuickSort. Inplace версия.
- 11. Sort. Поиск k -й статистики одноветочным QuickSort.
- 12. DS. Бинарная куча. Добавление, извлечение минимума.
- 13. DS. Бинарная куча. Обратные ссылки, decreaseKey.
- 14. DS. Бинарная куча: HeapSort; средства языков C++/python.
- 15. DS. Стек, очередь, дек (интерфейсы).
- 16. DS. Очередь через односвязный список.
- 17. DS. Дек через двусвязный список.
- 18. DS. Дек через циклический массив.
- 19. DS. Вектор, удвоение. Обоснование среднего времени работы.
- (a) 20. BS. Решение 0001111-задачи и сведение к ней задачи lower_bound.
- 21. BS. По ответу. На примере задач про квадратный корень и «пачкорды».
- (a) 22. Sort. CountSort.
- 23. Sort. Стабильная версия CountSort для сортировки пар чисел.
- 24. Sort. RadixSort. Время работы для сортировки n целых чисел от 1 до m .
- 25. Sort. Сравнение сортировок: heap/quick/merge/radix/insertion.
- 26. DS. Хеш-таблица на списках.

- 27. DS. Хеш-таблица с открытой адресацией.
- 28. DS. Сравнение двух версий хеш-таблиц.
- 29. DS. Три решения задачи «пересечь два множества» $\mathcal{O}(n \log n)$, $\mathcal{O}(\text{sort})$, $\mathcal{O}(n)$.

Перебор. Жадность. Динамика.

- 30. Rec. Рекурсия. Перебор перестановок.
- (a) 31. Rec. Рекурсия. Решение двух задач о рюкзаке (subsetsum/knapsack).
- 32. ES. Концепция событий на прямой. Решение задачи «сколько точек в каждом из отрезков».
- 33. ES. Концепция событий на прямой. Решение задачи «сколько отрезков покрывают данную точку».
- 34. G. Задача «минимальный набор точек, покрывающий все отрезки».
- 35. G. Задача про дедлайны. Обоснование жадности.
- 36. G. Жадный выбор заявок на проведение лекций. Случай 1 аудитории.
- 37. G. Жадный выбор заявок на проведение лекций. Случай k аудиторий.
- (a) 38. DP. Запоминание/ мемоизация/ кеширование. На примере subsetsum (рюкзак без весов).
- (a) 39. DP. Задача «калькулятор». Любое решение.
- 40. DP. На примере «калькулятор»: граф состояний, динамика «вперёд», «назад», «ленивая».
- 41. DP. НОП за $\mathcal{O}(n^2)$.
- 42. DP. НВП за $\mathcal{O}(n^2)$.
- 43. DP. Пример восстановления ответа для НОП и НВП.
- 44. DP. Рюкзак: subsetsum/knapsack. Формулировки, решение за $\mathcal{O}(nS)$.
- 45. DP. Пример восстановления ответа для рюкзака со стоимостями.
- 46. DP. Рюкзак с линией памяти без восстановления ответа.
- 47. DP. Динамика по подотрезкам на примере «макс-подпоследовательность-палиндром».
- (a) 48. DP. Хранение множеств: бит-маски $\rightarrow \text{int32}$.
- 49. DP. Быстрые операции с множествами: $x \in A$, $A \cap B$, $A \cup B$, $A \setminus B$, $B \subseteq A$ $\{0, 1, \dots, n-1\}$.
- 50. DP. Гамильтонов путь за $\mathcal{O}(2^n n^2)$. Рекурсивная и нерекурсивная реализации.
- 51. DP. Подмножества. Коммивояжер.

Алгоритмы на графах

- (a) 52. Graph. Хранение: матрица смежности и списки смежности.
- 53. Graph. Хранение: массив сетов. Сравнение трёх способов.
- (a) 54. dfs. Поиск компонент связности.
- 55. dfs. Поиск пути, восстановление пути на обратном ходу рекурсии.
- 56. dfs. Topsort.
- 57. dfs. Покраска графа в 2 цвета.
- 58. dfs. Поиск цикла в орграфе.
- (a) 59. Graph. bfs (только обычный, без модификаций).
- 60. Graph. Дейкстра, реализация за $\mathcal{O}(n^2)$.
- 61. Graph. Дейкстра, реализация за $\mathcal{O}(m \log n)$.
- 62. Graph. Форд-Беллман, динамика за $\mathcal{O}(VE)$.
- 63. Graph. Форд-Беллман, bfs-подобная-реализация очередью.
- 64. Graph. Нахождение цикла отрицательного веса за $\mathcal{O}(VE)$.
- 65. Graph. Прим. Алгоритм, время работы, корректность.
- 66. Graph. Краскал. Алгоритм, время работы, корректность.

67. Graph. DSU на деревьях. Две эвристики. Оценка $\mathcal{O}(\log n)$.

Структуры данных

68. RMQ. Дерево отрезков для \sum и \min на отрезке за $\mathcal{O}(\log n)$.

69. RMQ. Sparse Table.

70. RMQ. Сравнение дерева отрезков и Sparse Table.

(a) 71. BST. Определение. Базовые операции за $\mathcal{O}(h)$: find, add, min/max.

72. BST. Удаление за $\mathcal{O}(h)$.

73. BST. Сортировка деревом. Почему \nexists добавления быстрее $\mathcal{O}(\log n)$?

74. BST. *find/next/prev/del* за $\mathcal{O}(1)$.

75. AVL. Определение. Оценка высоты.

76. AVL. Вращения. Добавление в AVL.

77. LCA. Проверка, является ли одна вершина предком другой за $\mathcal{O}(1)$.

78. LCA. Определение, решение двоичными подъёмами.

79. LCA. LA. Формулировка задачи, решение двоичными подъёмами.

80. LCA. Алгоритмы Тарьяна за $\mathcal{O}((n+m)\alpha)$.

Строки и хеши

81. Str. Определения: префикс, суффикс, подстрока, период.

82. Str. Префикс функция, вычисление за $\mathcal{O}(n)$.

83. Str. Алгоритм КМП поиска подстроки в строке.

(a) 84. Str. Полиномиальные хеши. Вычисление хеша подстроки за $\mathcal{O}(1)$.

85. Str. Алгоритм Рабина-Карпа поиска подстроки в строке с $\mathcal{O}(1)$ памяти.

86. Str. Нахождение общей подстроки за $\mathcal{O}(n \log n)$.

87. Str. Сравнение подстрок на большие-меньше хешами за $\mathcal{O}(\log n)$.

88. Hash. Хеш-таблицы Кукушки. Сравнение с открытой адресацией.

89. Hash. Крипто-хеш.

90. Hash. Двойное хеширование.

91. Hash. Универсальное семейство хеш-функций.

Дополнительные вопросы

(+) 92. DS. Построение кучи по массиву за $\mathcal{O}(n)$. С обоснованием времени.

(+) 93. Sort. BucketSort с оценкой $\mathcal{O}(n)$ на время работы.

(+) 94. DP. НВП за $\mathcal{O}(n \log n)$.

(+) 95. DP. Покраска вершин графа в \min число цветов за $\mathcal{O}(3^n)$.

(+) 96. dfs. Поиск компонент сильной связности.

(+) 97. Graph. Алгоритм Флойда с обоснованием.

(+) 98. LCA за $\mathcal{O}(1)$ сведением к RMQ и Sparse-Table.

(+) 99. Str. Оценка вероятностей коллизий для полиномиальных хешей с обоснованием.