

Вопросы на 4 к экзамену по алгоритмам SPb HSE, 2-й курс ПМИ, декабрь 2024

Бор и суффструктуры

- (b) 1. Суффмассив: **эффективное** построение за $\mathcal{O}(n \log n)$ цифровой сортировкой.
- (b) 2. Суффмассив: алгоритм Касаи за $\mathcal{O}(n)$, $\forall i, j$ $LCP(i, j)$ за $\mathcal{O}(1)$.
- (b) 3. Решение задач суффмассивом: поиск общей подстроки k строк.
- (b) 4. Решение задач суффмассивом: LZSS.
- (b) 5. Ахо-Корасик. Для каждого словарного слова определить число вхождений.
- (b) 6. Ахо-Корасик. Версия с $\mathcal{O}(\sum |s_i|)$ памяти для произвольного алфавита.
- (b) 7. Suff. Преобразование суффдерево \rightarrow (суффмассив + LCP) за $\mathcal{O}(n)$.
- (b) 8. Suff. Преобразование суффдерево \leftarrow (суффмассив + LCP) за $\mathcal{O}(n)$.
- (b) 9. Suff. Алгоритм Укконена. Построение суффдерева за $\mathcal{O}(n)$.
- (b) 10. Решение задач суффдеревом: поиск общей подстроки.
- (b) 11. Решение задач суффдеревом: LZSS за $\mathcal{O}(n)$.

Хеширование и сжатие данных

- (b) 12. Универсальное семейство хеш-функций. Время в хеш-таблице на списках.
- (b) 13. Фильтр Блюма. Структура данных. Преимущества. Сколько нужно памяти?
- (b) 14. Совершенное хеширование. Двухуровневая схема. Только алгоритм.
- (b) 15. Хеширование пар (способ полиномиальным хешированием).
- (b) 16. Сжатие данных. Хаффман. Хранение словаря.
- (b) 17. Сжатие данных. MTF, связь с BWT.
- (b) 18. Сжатие данных. Обратное MTF.
- (b) 19. Сжатие данных. LZSS на практике: минимизировать количество бит, сжимать 16gb.

Теория чисел

- (b) 20. ТЧ. Решето Эратосфена. Версия за $\mathcal{O}(n)$.
- (b) 21. ТЧ. Подсчёт мультипликативных функций на $[1, n]$ за $\mathcal{O}(n)$: φ , сумма делителей.
- (b) 22. ТЧ. Расширенный Евклид. Время работы, не рекурсивная версия, диофантовы уравнения.
- (b) 23. ТЧ. Обратное по простому и произвольному модулю. Сравнение способов.
- (b) 24. ТЧ. Протокол Диффи-Хеллмана.
- (b) 25. ТЧ. Первообразный корень. Проверка за $\mathcal{O}(\text{FACT} + \log^3 p)$.
- (b) 26. ТЧ. Дискретный логарифм за $\mathcal{O}(\sqrt{p})$.
- (b) 27. ТЧ. Решение $x^k = y \pmod p$.

Гаусс и линейная алгебра

- (b) 28. Гаусс для произвольной матрицы в \mathbb{R} , \mathbb{F}_p , базис пространства за $\mathcal{O}(ntk)$.
- (b) 29. Гаусс в \mathbb{F}_2 за $\mathcal{O}(n^3/w)$.
- (b) 30. Гаусс для произвольной матрицы. Свободные переменные. Базис решений.
- (b) 31. Метод простой итерации для системы уравнений $Ax = b$.
- (b) 32. Вычисление обратной матрицы за $\mathcal{O}(n^3)$ и $\mathcal{O}(n^3/w)$.

- (b) 33. Разложение вектора в базисе. Ортогонализации Грама-Шмидта.
- (b) 34. Вероятности. Вычисление вероятности «выжить на пути $\langle 1, 1 \rangle \rightarrow \langle n, n \rangle$ ».
- (b) 35. *Расстояние от точки до подпространства.*

FFT, длинная арифметика

- (b) 36. FFT. $\sum w^i = 0$, $w^{-1} = w^{n-1}$, \bar{w} .
- (b) 37. FFT. Нерекурсивное FFT + разворот всех битовых записей чисел за $\mathcal{O}(n)$.
- (b) 38. FFT. Нерекурсивное FFT. Оптимизации: кеширование, $\leq \frac{1}{2}n \log_2 n$ умножений.
- (b) 39. FFT. Обратное. Связь с прямым, сведение к $\text{FFT}(w^{-1})$.
- (b) 40. FFT. Два вещественных FFT в одном комплексном.
- (b) 41. FFT. Умножение чисел за $\mathcal{O}(n \log n)$, выбор системы счисления.
- (b) 42. FFT. *Поиск с ошибками. За $|\Sigma|$ FFT-шек.*
- (b) 43. FFT. *Поиск с ошибками со знаками «?». За $|\Sigma|$ FFT-шек.*
- (b) 44. Long. Бинарная арифметика: бинарный gcd.
- (b) 45. Long. Бинарная арифметика: бинарное деление за $\mathcal{O}(n^2)$.
- (b) 46. Long. Деление чисел за $\mathcal{O}(n^2/k)$ (в столбик с бинпоиском по цифре).

Четыре русских

- (b) 47. Метод четырёх русских. Умножение матриц $\{0, 1\}^{n \times n} \times \mathbb{Z}^{n \times n}$ над \mathbb{Z} за $\mathcal{O}(n^3/\log n)$.
- (b) 48. Умножение матриц над \mathbb{F}_2 и булевым полукольцом за $\mathcal{O}(n^3/(w \log n))$.
- (b) 49. Схема по таблице истинности. Решение из $\mathcal{O}(2^n)$ гейтов.
- (b) 50. Оптимизация четырьмя русскими перебора для поиска максимальной подклики.