

Вопросы на 3 к экзамену по алгоритмам SPb HSE, 2-й курс ПМИ, декабрь 2024

Бор и суффструктуры

- (a) 1. Суффмассив: построение за $\mathcal{O}(n \log^2 n)$ хешами.
- (a) 2. Суффмассив: поиск подстроки в тексте за $\mathcal{O}(|s| \cdot \log |text|)$.
- (a) 3. Суффмассив: построение за $\mathcal{O}(n^2)$ цифровой сортировкой.
- (a) 4. *Решение задач суффмассивом: поиск общей подстроки двух строк.*
- (a) 5. Бор. Хранение, `map`, `unordered_map`.
- (a) 6. Бор. Сортировка строк бором за $\mathcal{O}(L \cdot \log |\Sigma|)$.
- (a) 7. Ахо-Корасик. Пусть уже известны суффссылки. Поиск словарных слов в тексте.
- (a) 8. Ахо-Корасик. Полный автомат, ленивая динамика.
- (a) 9. Suff. Сжатый бор. Построение суффдерева за $\mathcal{O}(n^2)$. Оценка на число вершин.
- (a) 10. Suff. Поиск подстроки в тексте, от которого построено суфф.дерево за $\mathcal{O}(|s|)$.
- (a) 11. Решение задач суффдеревом: число различных подстрок.

Хеширование и сжатие данных

- (a) 12. Универсальное семейство хеш-функций. Пример семейства.
- (a) 13. Совершенное хеширование. Одноуровневая схема.
- (a) 14. *Хеширование множеств.*
- (a) 15. Сжатие данных. Th «нельзя сжать идеально», Th «можно сжать хорошо». 7-битное.
- (a) 16. Сжатие данных. BWT (только прямое).
- (a) 17. Сжатие данных. RLE, связь с BWT, обратное RLE.

Теория чисел

- (a) 18. ТЧ. Решето Эратосфена. Алгоритм. Время работы $\mathcal{O}(n \log \log n)$. Оптимизация **константы**.
- (a) 19. ТЧ. Подсчёт мультипликативных функций на $[1, n]$ за $\mathcal{O}(n)$: количество делителей
- (a) 20. ТЧ. Расширенный алгоритм Евклида. Рекурсивно.
- (a) 21. ТЧ. Обратное по простому и произвольному модулю. 2 алгоритма.
- (a) 22. ТЧ. RSA: кодирование, декодирование.
- (a) 23. ТЧ. Первообразный корень. Определение и поиск (без проверки).
- (a) 24. ТЧ. КТО. Формулы. Использование в длинной арифметики.

Гаусс и линейная алгебра

- (a) 25. Гаусс для невырожденной матрицы в \mathbb{R} , \mathbb{F}_p за $\mathcal{O}(n^3)$.
Преобразование к треугольной и диагональной матрицам.
- (a) 26. Нахождение решения СЛАУ для треугольной и диагональной матриц за $\mathcal{O}(n^2)$.
- (a) 27. Метод простой итерации для системы уравнений $x = Ax$.
- (a) 28. Разложение вектора в базисе. Гаусс. Offline и online.
- (a) 29. Вероятности. Задачи, которые умеем решать.
- (a) 30. *Проверка принадлежности точки параллелепипеду.*

FFT, длинная арифметика

- (a) 31. FFT. Комплексные числа: корни из единицы, группа по умножению, квадраты корней.
- (a) 32. FFT. Схема умножения многочленов за $\mathcal{O}(n \log n)$.
- (a) 33. FFT. Рекурсивное вычисление FFT над \mathbb{C} за $\mathcal{O}(n \log n)$.
- (a) 34. FFT. Обратное. Вычисление через FFT и `reverse`. Только алгоритм.
- (a) 35. FFT. *Возведение в степень* за $\mathcal{O}(n \log n)$.
- (a) 36. FFT. Вычисление скалярных произведений.
- (a) 37. Long. Длинная арифметика: хранение; сложение, вычитание и деление на короткое за $\mathcal{O}(n/k)$, умножение за $\mathcal{O}((n/k)^2)$. Выбор k .
- (a) 38. Long. Бинарная арифметика: бинарное умножение.

Четыре русских

- (a) 39. Битовое сжатие: умножение матриц над \mathbb{F}_2 за $\mathcal{O}(n^3/w)$.
- (a) 40. Предподсчёт: умножение матриц над \mathbb{F}_2 за $\mathcal{O}(n^3/\log n)$.
- (a) 41. Схема по таблице истинности. Решение из $\mathcal{O}(2^n n)$ гейтов.