

## Вопросы на 4 к экзамену по алгоритмам SPb HSE, 2-й курс ПМИ, октябрь 2024

### Паросочетания

- (b) 1. Matching. Татт. Связь паросочетаний и определителей. Теорема Татта (без док-ва).
- (b) 2. Matching. Алгоритм Куна. Доказательство. Сравнение с обычным.
- (b) 3. Matching. Версия алгоритма Куна за  $\mathcal{O}(|M| \cdot E)$ . Оптимизации: обнуление пометок за  $\mathcal{O}(1)$ , жадная инициализация.
- (b) 4. Matching. Теорема Кёнига и доказательство корректности алгоритма поиска VC и IS.
- (b) 5. Matching. Stable matching. Корректность решения. Реализация за  $\mathcal{O}(V + E)$ .
- (b) 6. Matching. *Stable matching. Оптимальность для девочек, для мальчиков, единственность.*
- (b) 7. Matching. Оптимизация Венгерского алгоритма до  $\mathcal{O}(V^3)$  (потенциалы, быстрый выбор  $i, j$ ).
- (b) 8. Покраски. Вершинные. Жадный практически ценный алгоритм за  $\mathcal{O}(E \log V)$ .
- (b) 9. Покраски. Рёберная. Двудольный граф. Регулярный за  $\mathcal{O}(E^2)$ , произвольный за  $\mathcal{O}(V^2 D^2)$ .

### Потоки

- (b) 10. Flow. Теорема Форда-Фалкерсона. Доказательство.
- (b) 11. Flow. Эффективное хранение графа (интрузивный список, пары рёбер).
- (b) 12. Flow. *Декомпозиция потока за  $\mathcal{O}(VE)$ .*
- (b) 13. Flow. Лемма о разности потоков. Остаточная сеть.
- (b) 14. Flow. Алгоритм Эдмондса-Карпа. Существование max потока при  $c_e \in \mathbb{R}$ . Время работы, часть доказательства.
- (b) 15. Flow. Алгоритм Эдмондса-Карпа. Доказательство леммы про рост расстояний.
- (b) 16. Flow. Алгоритм масштабирования потока. Время работы, доказательство.
- (b) 17. Flow.  $[L, R]$ -циркуляция за  $\mathcal{O}(flow)$ .
- (b) 18. Flow.  $[L, R]$ -flow,  $[L, R]$ -max-flow за  $\mathcal{O}(flow)$ .
- (b) 19. Flow. Глобальный разрез: алгоритм Штор-Вагнера без доказательства.
- (b) 20. Flow. Глобальный разрез: алгоритм Каргера-Штейна за  $\mathcal{O}(V^4)$ . Обоснование времени.
- (b) 21. Flow. Критерий оптимальности mincost  $k$ -flow. Доказательство.
- (b) 22. Flow. Алгоритм для поиска mincost  $k$ -flow. Корректность.
- (b) 23. Flow. Mincost  $k$ -flow в графе без отрицательных циклов за  $\mathcal{O}(\text{FordBellman} + k \cdot \text{Dijkstra})$ . Доказательство.
- (b) 24. Flow. ММСС. Алгоритм, оценка времени работы без доказательства.

### Строки

- (b) 25. String. LCP за  $\mathcal{O}(n^2)$ .
- (b) 26. String. Z-функция. Поиск подстроки в строке.
- (b) 27. String. Z-функция. Поиск всех периодов строки.
- (b) 28. String. Хеши. Связь с корнями многочленов, оценки  $\frac{|s|}{M}$  в худшем и  $\frac{1}{M}$  в среднем.
- (b) 29. String. Хеши. Вероятность ошибки для  $k$  сравнений подстрок хешами.
- (b) 30. String. Хеши. Поиск LCP и построение суффикс-массива за  $\mathcal{O}(n \log^2 n)$ .
- (b) 31. String. Поиск в тексте с одной ошибкой.