

# Вопросы на 3 к экзамену по алгоритмам SPb HSE, 2-й курс ПМИ, октябрь 2024

## Паросочетания

- (a) 1. Matching. Определения и сложность задач в двудольном и произвольном графе: паросочетание, вершинное покрытие, независимое множество, совершенное паросочетание.
- (a) 2. Matching. Лемма о дополняющем пути.
- (a) 3. Matching. dfs для дополняющего пути, простейший алгоритм за  $\mathcal{O}(V(V+E))$ .
- (a) 4. Matching. Алгоритм поиска VC и IS за  $\mathcal{O}(E)$ . Без док-ва.
- (a) 5. Matching. *Разбиение вершин орграфа на циклы. Разбиение вершин ациклического орграфа на минимальное число путей.*
- (a) 6. Matching. Stable matching (marriage problem). Постановка задачи. Решение. Пример про ЕГЭ.
- (a) 7. Matching. Задача о назначениях. Венгерский алгоритм, простейшая реализация за  $\mathcal{O}(V^4)$ .
- (a) 8. Покраски. Вершинные. Сложность задачи. Теорема Брукса (без док-ва).
- (a) 9. Покраски. Рёберная. Сложность задачи. Теорема Визинга (без док-ва). Связь с паросочетанием.
- (a) 10. Покраски. Рёберная. Двудольный граф. Регулярный за полином. Доказательство.

## Потоки

- (a) 11. Flow. *Def:* поток, разрез, величина потока, величина разреза, остаточная сеть, циркуляция, прямые и обратные рёбра, декомпозиция потока.
- (a) 12. Flow. Алгоритм Форда-Фалкерсона. Время работы. Без доказательства.
- (a) 13. Flow. Поиск min разреза по max потоку за  $\mathcal{O}(E)$ .
- (a) 14. Flow. Декомпозиция потока на пути за  $\mathcal{O}(E^2)$ . Циркуляция.
- (a) 15. Flow. Решение задачи про  $k$  непересекающихся по рёбрам/вершинам путей.
- (a) 16. Flow. Поиск паросочетания через поток за  $\mathcal{O}(VE)$ .
- (a) 17. Flow. Глобальный разрез: определение, базовое решение за  $\mathcal{O}(V \cdot flow)$ .
- (a) 18. Flow. *Транспортная задача. Формулировка с  $\forall c_e$  и  $c_e = +\infty$ . Решение.*
- (a) 19. Flow. Задачи mincost  $k$ -flow, mincost max flow, mincost circulation. Сведения друг к другу.
- (a) 20. Flow. Алгоритм для поиска mincost  $k$ -flow в графе без отрицательных циклов за  $\mathcal{O}(k \cdot \text{FordBellman})$ . Без док-ва.
- (a) 21. Flow. Поиск паросочетания min/max веса через mincost потоки.
- (a) 22. Flow. Графы с отрицательными циклами. Алгоритм Клейна.

## Строки

- (a) 23. String. Префикс функция. КМП для поиска подстроки.
- (a) 24. String. Префикс функция. *Поиск всех периодов в строке.*
- (a) 25. String. Хеши. Полиномиальный хеш, хеш подстроки за  $\langle \mathcal{O}(n), \mathcal{O}(1) \rangle$ .
- (a) 26. String. Хеши. Алгоритм Рабина-Карпа поиска подстроки в строке с  $\mathcal{O}(1)$  доппамяти.
- (a) 27. String. Хеши. Общие слова про хеширование. RP и ZPP версии Рабина-Карпа.
- (a) 28. String. Хеши. Каким хешом пользоваться и почему? (доказательство не нужно, пару слов в обоснование)
- (a) 29. String. Хеши. Наибольшая общая подстрока за  $\mathcal{O}(n \log n)$ .