

## Содержание

<b>Must have</b>	2
Задача 23А. Тест к рюкзаку [0.1, 256]	2
<b>Обязательные задачи</b>	3
Задача 23В. Самое дешевое ребро [0.1, 256]	3
Задача 23С. Задача про два станка ( $F2 \parallel C_{max}$ ) [0.1, 256]	4
Задача 23D. Тесты к задаче про два станка [0.1, 256]	5
Для искателей острых ощущений	7
Задача 23Е. TSP [1, 256]	7
Задача 23F. Гамильтонов путь конём [1, 256]	8

---

У вас не получается читать/выводить данные?

Воспользуйтесь примерами (c++) (python).

Обратите внимание, входные данные лежат в **стандартном потоке ввода** (он же stdin), вывести ответ нужно в **стандартный поток вывода** (он же stdout).

Обратите внимание на GNU C++ компиляторы с суффиксом inc.

Подни можно пользоваться **дополнительной библиотекой** (optimization.h).

То есть, использовать быстрый ввод-вывод: **пример про числа и строки**.

И быструю аллокацию памяти (ускоряет vector-set-map-весь-STL): **пример**.

Для тех, кто хочет разобраться, как всё это работает.

Короткая версия быстрого ввода-вывода (**тык**) и короткая версия аллокатора (**тык**).

## Must have

### Задача 23А. Тест к рюкзаку [0.1, 256]

Задача о рюкзаке:

Даны  $n$  предметов с положительными **целыми** весами  $w_i$  и стоимостями  $cost_i$ . И рюкзак размера  $W$ . Выберите, какие предметы положить в рюкзак, чтобы их суммарный вес не превосходил  $W$ , а суммарная стоимость была максимальна?

**Ваша задача:** найти тест, на котором не работает следующая жадность.

Переберём  $i$  — какой один предмет точно нужно положить в рюкзак. Оставшиеся предметы ( $n - 1$  штук) отсортируем по убыванию удельной стоимости  $\frac{cost_i}{w_i}$ , а при равенстве удельной стоимости по возрастанию индекса (стабильная сортировка). Переберём оставшиеся предметы в таком порядке и будем пытаться жадно добавлять в рюкзак. Из полученных  $n$  ответов выберем лучший.

#### Формат входных данных

На первой строке целые числа  $n$  ( $3 \leq n \leq 12$ ) — количество предметов,  $W$  ( $4 \leq W \leq 50$ ) — размер рюкзака. На второй и третьей строках целые числа  $A, B, C, D$  ( $1 \leq A < B \leq 20$ ,  $1 \leq C < D \leq 20$ ) — ограничения на веса и стоимости. Вам нужно найти тест с данными  $n$  и  $W$ , который удовлетворяет ограничениями  $A \leq w_i \leq B$ ,  $C \leq cost_i \leq D$ .

Гарантируется, что тест с такими ограничениями существует.

#### Формат выходных данных

Тест, на котором жадность даст неверный ответ.

В первой строке выведите  $n$  и  $W$ . Следующие  $n$  строк описывают предметы  $w_i cost_i$ .

#### Примеры

stdin	stdout
6 50	6 50
5 12	12 10
1 10	11 4
	12 5
	5 4
	7 3
	8 8

#### Подсказка по решению

Пора научиться писать стресс-тесты. Суть в том, что вы много раз генерите случайный тест, пока ответы верного и неверного решения не начнут отличаться.

В C++ мы можем использовать функцию `stable_sort`.

## Обязательные задачи

### Задача 23В. Самое дешевое ребро [0.1, 256]

Дано подвешенное дерево с корнем в первой вершине. Все ребра имеют веса (стоимости). Вам нужно ответить на  $M$  запросов вида “найти у двух вершин минимум среди стоимостей ребер пути между ними”.

#### Формат входных данных

В первой строке файла записано количество вершин  $n$  ( $2 \leq n \leq 50\,000$ ). В следующих  $n-1$  строках записаны отцы вершин  $2..n$ . Для вершины  $i$  записана пара  $x y$ . Число  $x$  означает, что  $x$  — предок вершины  $i$ ,  $y$  означает стоимость ребра.  $x < i, |y| \leq 10^6$ .

Далее число запросов  $m$  ( $0 \leq m \leq 50\,000$ ) и  $m$  запросов вида  $(x, y)$  — найти минимум на пути из  $x$  в  $y$  ( $x \neq y$ ).

#### Формат выходных данных

$m$  ответов на запросы.

#### Пример

stdin	stdout
5	2
1 2	2
1 3	
2 5	
3 2	
2	
2 3	
4 5	

#### Подсказка по решению

Эту задачу можно решать несколькими способами, например двоичные подъёмы; или перебирать рёбра в порядке убывания веса, а внутри DSU. Здесь эта задача дана, чтобы вы научились использовать centroid decomposition. В следующем констесте на центроиды будет уже несколько задач, тренируйтесь.

**Задача 23С. Задача про два станка ( $F2 \parallel C_{max}$ ) [0.1, 256]**

Имеется множество из  $n$  работ и два станка. Время выполнения  $i$ -й работы на первом станке равно  $a_i$ , время выполнения  $i$ -й работы на втором станке равно  $b_i$ . Каждую работу надо выполнить сначала на первом станке, потом на втором. И на первом, и на втором станке работы можно выполнять в произвольном порядке. Каждый станок в каждый момент времени может выполнять только одну работу.

Минимизируйте  $C_{max}$  — время выполнения последней работы на втором станке.

**Формат входных данных**

В первой строке дано одно целое число  $n$  ( $1 \leq n \leq 100\,000$ ) — количество работ.

В следующей строке  $n$  целых чисел от 0 до  $10^6$  — время выполнения работ на 1-м станке.

В следующей строке  $n$  целых чисел от 0 до  $10^6$  — время выполнения работ на 2-м станке.

**Формат выходных данных**

В первой строке выведите единственное число —  $C_{max}$ .

Во второй строке выведите перестановку — порядок выполнения работ на первом станке.

В третьей строке выведите перестановку — порядок выполнения работ на втором станке.

**Примеры**

stdin	stdout
3	16
1 2 3	1 3 2
5 5 5	1 2 3
2	6
3 2	2 1
1 3	2 1

**Подсказка по решению**

Задача про 2 станка. На лекции (в конспекте) разобрано два решения.

### Задача 23D. Тесты к задаче про два станка [0.1, 256]

Имеется множество из  $n$  работ и два станка. Время выполнения  $i$ -й работы на первом станке равно  $a_i$ , время выполнения  $i$ -й работы на втором станке равно  $b_i$ .

Каждую работу надо выполнить сначала на первом станке, потом на втором. На первом и на втором станках работы нужно выполнять в одинаковом порядке. Каждый станок в каждый момент времени может выполнять только одну работу.

Задача о двух станках – минимизировать время выполнения последней работы на втором станке.

Ваша задача – построить тесты к всевозможным жадностям.

#### Формат входных данных

В первой строке дано одно целое число  $n$  ( $4 \leq n \leq 12$ ) – количество работ в тесте, который вам нужно построить.

Во второй строке  $L, R$  ( $1 \leq L \leq 10, L < R \leq 10^9$ ) – ограничения на числа  $a_i, b_i$  ( $L \leq a_i, b_i \leq R$ ).

В третьей строке написан тип жадности, против которой нужно построить тест.

Каждая жадность – запуск `stable_sort` с компаратором `less(i, j)`:

```
1 : a[i] < a[j]
2 : b[i] < b[j]
3 : a[i] + b[i] < a[j] + b[j]
4 : a[i] - b[i] < a[j] - b[j]
5 : a[i] * b[i] < a[j] * b[j]
6 : (double)a[i] / b[i] < (double)a[j] / b[j]
7 : min(a[i], b[j]) < min(a[j], b[i])
8 : max(a[i], b[j]) < max(a[j], b[i])
9 : max(a[i], b[i]) < max(a[j], b[j])
```

Далее написано число 0 или 1 – нужно ли развернуть массив после сортировки.

Гарантируется, что такой тест существует.

#### Формат выходных данных

В первой строке  $n$ .

Во второй строке массив  $a$ .

В третьей строке массив  $b$ .

#### Примеры

stdin	stdout
5 10 20 7 1	5 12 10 15 14 11 15 14 15 14 15
5 10 20 7 0	5 13 10 11 13 10 11 10 11 15 13

### Замечание

В первом примере вам нужно построить тест против следующей жадности:

```
stable_sort(p.begin(), p.end(), [](int i, int j) {  
    return max(a[i], b[j]) < max(a[j], b[i]);  
});  
reverse(p.begin(), p.end());
```

### Подсказка по решению

Для  $n = 12$  решение за  $\mathcal{O}(n!)$  вряд ли зайдёт.

`stable_sort`  $\neq$  `sort`, будьте внимательны!

При больших  $R$  тест не найдётся, потому что не возникнут крайние случаи  $a_i = b_i, a_i = a_j$ . Это проявляется, например, на 84-м тесте. Вообще всегда, когда вы стрессите, на больших  $n$  и  $a_i$  тесты **НЕ** находятся, ищите тесты на маленьких  $n$  и  $a_i$ .

## Для искателей острых ощущений

### Задача 23E. TSP [1, 256]

Даны  $n$  случайных точек на плоскости. Расстояние между точками обычное Евклидово. Постройте кратчайший цикл коммивояжера.

#### Формат входных данных

На первой строке число точек  $n$  ( $1 \leq n \leq 500$ ).

Далее сами точки. Координаты целые до  $10^9$ .

#### Формат выходных данных

Выведите перестановку  $n$  чисел от 1 до  $n$ .

Ваш ответ должен отличаться от оптимального не более чем на 15%.

Если хороших ответов несколько, выведите любой.

#### Пример

stdin	stdout
4	2 4 1 3
0 0	
1 1	
0 1	
1 0	

#### Подсказка по решению

Вы умеете строить хорошее приближение.

Вы умеете делать локальные оптимизация `reverse`-ом.

Вы знаете технику `random-walk` (запускай несколько раз одно и то же с разным `random`).

### Задача 23F. Гамильтонов путь конём [1, 256]

Дана доска размера  $n \times n$  ( $5 \leq n \leq 400$ ).

Известно, что такую доску можно обойти конём, посетив каждую клетку ровно один раз.

#### Формат входных данных

Число  $n$ .

#### Формат выходных данных

Выведите гамильтонов **путь** –  $n \times n$  строк, каждая содержит очередную клетку.

Координаты нумеруются с нуля.

**Путь** можно строить из любой клетки. Если путей несколько, выведите любой.

#### Примеры

stdin	stdout
5	4 0 3 2 4 4 2 3 0 4 1 2 0 0 2 1 4 2 3 4 1 3 0 1 2 0 4 1 3 3 1 4 0 2 1 0 3 1 4 3 2 4 0 3 1 1 3 0 2 2

#### Подсказка по решению

Начинайте со случайной точки несколько раз, и всё получится.

Кроме минимизации остаточной степени, можно ещё стремиться ближе к краю.