# Содержание

Must have		2
Задача 21А.	Остовное дерево 2 [0.1, 256]	2
Задача 21В.	Ближе к предкам [0.1, 256]	3
Обязательны	е задачи	4
Задача 21С.	Разрезание графа [0.1, 256]	4
Задача 21D.	Больные вершины [0.1, 256]	5
Задача 21Е.	Ребра добавляются, граф растет [0.2, 256]	6
Задача 21F.	Электросеть [0.1, 256]	7
Для искателе	ей острых ощущений	8
Задача 21 <b>G</b> .	Возьми себе за правило: летай всегда GraphAero! [0.2, 256]	8
Задача 21Н.	Два китайца и дерево [0.3, 256]	10
Задача 211. М	MST случайных точек [1.0, 256]	11
Задача <b>21</b> J.	Таможенные пошлины [0.2, 256]	12

У вас не получается читать/выводить данные? Воспользуйтесь примерами (c++) (python).

Обратите внимание, входные данные лежат в **стандартном потоке ввода** (он же stdin), вывести ответ нужно в **стандартный поток вывода** (он же stdout).

Обратите внимание на GNU C++ компиляторы с суффиксом inc.

Подни можно пользоваться дополнительной библиотекой (optimization.h).

То есть, использовать быстрый ввод-вывод: пример про числа и строки.

И быструю аллокацию памяти (ускоряет vector-set-map-весь-STL): пример.

Для тех, кто хочет разобраться, как всё это работает.

Короткая версия быстрого ввода-вывода (тык) и короткая версия аллокатора (тык).

# Must have

## Задача 21А. Остовное дерево 2 [0.1, 256]

Требуется найти в связном графе остовное дерево минимального веса.

#### Формат входных данных

Первая строка входного файла содержит два натуральных числа n и m — количество вершин и ребер графа соответственно. Следующие m строк содержат описание ребер по одному на строке. Ребро номер i описывается тремя натуральными числами  $b_i$ ,  $e_i$  и  $w_i$  — номера кондов ребра и его вес соответственно ( $1 \le b_i, e_i \le n, \ 0 \le w_i \le 100\,000$ ).  $n \le 20\,000, m \le 100\,000$ .

Граф является связным.

#### Формат выходных данных

Первая строка выходного файла должна содержать одно натуральное число — вес минимального остовного дерева.

stdin	stdout
4 4	7
1 2 1	
2 3 2	
3 4 5	
4 1 4	

### Задача 21В. Ближе к предкам [0.1, 256]

Страна Древляндия изначально состояла из одного древнего города 0. Время от времени города некоторого города  $p_i$ , недовольные условиями жизни уезжали из  $p_i$  и создавали новый город. Каждый следующий город получал минимальный не использованный номер, то есть, i. Жители города i никогда не забывают, что их предки пришли именно из  $p_i$ . Последнее время города по программе «слияние с предками» стали объединяться в регионы. Время от времени город i объявляет «не должно быть больше никаких границ между нами и предками из города  $p_i$ , давайте объединим наши городские агломерации в одну агломерацию».

Вам, как министру экономики Древляндии интересно в каждый момент времени знать размер самой большой городской агломерации, количество городов, в неё входящее.

#### Формат входных данных

Входные данные состоят из одного или нескольких тестов. На первой строке число тестов t, далее t однотипных тестов, каждый из которых задан следующим образом.

На 1-й строке n ( $2 \le n \le 10^5$ ). На 2-й строке числа  $p_1, p_2, \dots p_{n-1}$ :  $1 \le p_i < i - \forall$  города номер города предков. На 3-й строке перестановка из n-1 числа от 1 до n-1 – порядок операций слияния, число x обозначает, что регионы городов x и  $p_x$  сливаются в один.

Сумма n по всем тестам также не превосходит  $10^5$ .

#### Формат выходных данных

Для каждого теста выведите одну строку из n-1 числа, числа в этой строке – размеры максимальных регионов после каждой из операций слияния в тесте.

stdin	stdout
3	2
2	2 3 4
0	2 2 4
1	
4	
0 1 2	
3 2 1	
4	
0 1 2	
1 3 2	

# Обязательные задачи

## Задача 21С. Разрезание графа [0.1, 256]

Дан неориентированный граф. Над ним в заданном порядке производят операции следующих двух типов:

- $\bullet$  cut разрезать граф, то есть удалить из него ребро;
- ask проверить, лежат ли две вершины графа в одной компоненте связности.

Известно, что после выполнения всех операций типа cut рёбер в графе не осталось. Найдите результат выполнения каждой из операций типа ask.

#### Формат входных данных

Первая строка входного файла содержит три целых числа, разделённые пробелами — количество вершин графа n, количество рёбер m и количество операций k ( $1 \le n \le 50\,000$ ,  $0 \le m \le 100\,000$ ,  $m \le k \le 150\,000$ ).

Следующие m строк задают рёбра графа; i-ая из этих строк содержит два числа  $u_i$  и  $v_i$   $(1 \le u_i, v_i \le n)$ , разделённые пробелами — номера концов i-го ребра. Вершины нумеруются с единицы; граф не содержит петель и кратных рёбер.

Далее следуют k строк, описывающих операции. Операция типа **cut** задаётся строкой "**cut** u v"  $(1 \le u, v \le n)$ , которая означает, что из графа удаляют ребро между вершинами u u v. Операция типа **ask** задаётся строкой "**ask** u v"  $(1 \le u, v \le n)$ , которая означает, что необходимо узнать, лежат ли в данный момент вершины u u v в одной компоненте связности. Гарантируется, что каждое ребро графа встретится в операциях типа **cut** ровно один раз.

#### Формат выходных данных

Для каждой операции ask во входном файле выведите на отдельной строке слово "YES", если две указанные вершины лежат в одной компоненте связности, и "NO" в противном случае. Порядок ответов должен соответствовать порядку операций ask во входном файле.

stdin	stdout
3 3 7	YES
1 2	YES
2 3	NO
3 1	NO
ask 3 3	
cut 1 2	
ask 1 2	
cut 1 3	
ask 2 1	
cut 2 3	
ask 3 1	

## Задача 21D. Больные вершины [0.1, 256]

Случилось страшное, в древнем великом дереве вершины начали заболевать. Вы пока не понимаете причину болезни, пытаетесь разобраться, для этого нужно уметь быстро узнавать ближайшую к i в направлении корня больную вершину.

### Формат входных данных

Входные данные состоят из одного или нескольких тестов. На первой строке число тестов t, далее t однотипных тестов, каждый из которых задан следующим образом.

На 1-й строке число вершин в дереве n ( $2 \le n \le 10^5$ ) и число запросов q ( $1 \le q \le 10^5$ ). Корень дерева – вершина 1. На 2-й строке числа  $p_2, p_3, \ldots p_n \colon 1 \le p_i < i$ .  $p_v$  – отец вершины v в дереве. Изначально все вершины здоровы. Следующие q строк содержат заросы вида «? i» – найти ближайшую больную от i в направлении корня и «- i» – вершина i заболела.

Сумма n и q по всем тестам также не превосходит  $10^5$ .

#### Формат выходных данных

Для каждого теста выведите одну строку, содержащую ответы на запросы вида «?». Если больных в направлении корня нет, ответом будет -1.

stdin	stdout
3	-1 1 2
2 5	-1 -1
1	-1 2 2
? 2	
- 1	
? 2	
- 2	
? 2	
3 4	
1 1	
- 2	
? 3	
- 3	
? 1	
6 4	
1 2 3 4 5	
- 2	
? 1	
? 2	
? 6	

# Задача 21Е. Ребра добавляются, граф растет [0.2, 256]

В неориентированный граф последовательно добавляются новые ребра. Изначально граф пустой. После каждого добавления нужно говорить, является ли текущий граф двудольным.

#### Формат входных данных

На первой строке n — количество вершин, m — количество операций «добавить ребро». Следующие m строк содержат пары чисел от 1 до n — описание добавляемых ребер.

### Формат выходных данных

Выведите в строчку m нулей и единиц. i-й символ должен быть равен единице, если граф, состоящий из первых i ребер, является двудольным.

#### Система оценки

Подзадача 1 (25 баллов)  $1 \le n, m \le 1000$ . Подзадача 2 (50 баллов)  $1 \le n, m \le 50000$ . Подзадача 3 (25 баллов)  $1 \le n, m \le 300000$ .

stdin	stdout
3 3	110
1 2	
2 3	
3 1	

## Задача 21 F. Электросеть [0.1, 256]

Дан граф. Вершины — точки на плоскости. Между каждой парой городов i, j можно построить дорогу. Стоимость дороги  $(|x_i-x_j|+|y_i-y_j|)\cdot(k_i+k_j)$ . А ещё в каждом городе можно построить электростанцию за стоимость  $c_i$ . Изначально дорог нет. Нужно за минимальную суммарную стоимость сделать так, чтобы в каждой компоненте связности была минимум одна электростанция.

#### Формат входных данных

В первой строке записано одно целое число n ( $1 \le n \le 2000$ ) — количество городов. Затем следует n строк. В i-й строке записаны два целых числа  $x_i$  ( $1 \le x_i \le 10^6$ ) и  $y_i$  ( $1 \le y_i \le 10^6$ ) — координаты i-го города. В следующей строке записаны n целых чисел  $c_1, c_2, \ldots, c_n$  ( $1 \le c_i \le 10^9$ ) — цена установки электростанции в i-м городе. В последней строке записаны n целых чисел  $k_1, k_2, \ldots, k_n$  ( $1 \le k_i \le 10^9$ ).

## Формат выходных данных

В первой строке выведите суммарную стоимость.

Далее информацию где строить электростанции – число городов, сами города.

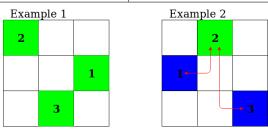
Далее информацию, какие города соединять – число дорог, какие города соединять.

Если существует несколько способов так выбрать города и соединения, чтобы получить конструкцию минимальной цены, то выведите любую из них.

#### Примеры

stdin	stdout
3	8
2 3	3
1 1	1 2 3
3 2	0
3 2 3	
3 2 3	
3	27
2 1	1
1 2	2
3 3	2
23 2 23	1 2
3 2 3	2 3

Замечание



Города с электростанциями раскрашены зеленым, остальные — синим, дороги красным.

В первом примере цена строительства электростанций во всех городах равна 3+2+3=8. Можно показать, что больше никакая конфигурация не стоит меньше 8 иен.

Во втором примере цена строительства электростанции в городе 2 равна 2. Стоимость соединения городов 1 и 2 равна  $2 \cdot (3+2)$ , соединения городов 2 и 3 равна  $3 \cdot (2+3)$ . Итого 27.

# Для искателей острых ощущений

## Задача 21G. Возьми себе за правило: летай всегда GraphAero! [0.2, 256]

Наконец авиаперевозки стали доступны всем и каждому! Однако, из-за жёсткой конкуренции в сфере пассажироперевозок осталось только две авиакомпании: «GraphAero Airlines» и «Aerofloat».

Авиакомпания «GraphAero Airlines» активно развивается. Ведь для получения большей прибыли... простите, для удобства пассажиров каждый месяц компания добавляет один новый рейс. Компании «Aerofloat» остаётся довольствоваться тем, что остаётся. А именно, единственная возможность удержаться на плаву — добавлять рейсы, дублирующие самые загруженные рейсы компании «GraphAero Airlines». Рейс является самым загруженным, если существует такая пара городов, что можно долететь (возможно, с пересадками) из одного города в другой, используя рейсы авиакомпании, но если этот рейс отменить — то долететь будет невозможно. Аналитикам компании «Aerofloat» необходимо постоянно контролировать ситуацию — сколько в данный момент существует самых загруженных рейсов.

Поскольку вы уже давно мечтаете летать по льготным ценам (скидка  $10^{-5}\%$ ), вы решили оказать посильную помощь. Помните: самолёты летают по всему миру! Между двумя крупными городами может быть более одного рейса, а города бывают настолько большими, что самолёты могут летать в пределах одного города. Рейсами можно пользоваться как в одну, так и в другую сторону.

#### Формат входных данных

Первая строка входного файла содержит целое число N ( $1 \le N \le 100\,000$ ) — количество городов и M ( $0 \le M \le 100\,000$ ) — изначальное число рейсов компании «GraphAero Airlines». Далее следует M строк, в каждой содержится описание очередного рейса — номера двух городов, между которыми осуществляется рейс. В следующей строке содержится число K ( $1 \le K \le 100\,000$ ) — количество добавленных рейсов. Далее содержится описание добавленных рейсов в таком же формате.

#### Формат выходных данных

После каждого добавления нового рейса выведите на отдельной строке одно число — количество самых загруженных рейсов.

stdin	stdout
4 0	1
4	2
1 2	3
2 3	0
3 4	
1 4	
4 3	3
1 2	2
2 3	1
3 4	0
4	
1 1	
1 2	
1 3	
1 4	

## Задача 21Н. Два китайца и дерево [0.3, 256]

Дан ориентированный взвешенный граф. Выбрать множество рёбер минимально возможного размера и при равенстве размера минимального суммарного веса, чтобы все вершины были достижимы из **первой**. Гарантируется, что такое множество существует.

### Формат входных данных

Входные данные содержат описание одного или более тестов.

Каждый тест описывается следующим образом. На первой строке количества вершин и рёбер в графе n ( $1 \le n \le 1000$ ) и m ( $1 \le m \le 3000$ ). На следующих m строках рёбра в формате « $a_i$   $b_i$   $w_i$ » ( $1 \le a_i, b_i \le m, -10^5 < w_i < 10^5$ ), что обозначает ребро из вершины  $a_i$  в вершину  $b_i$  веса  $w_i$ . В графе могут быть и петли, и кратные рёбра.

Сумма n по всем тестам не более 1000. Сумма m по всем тестам не более 3000.

#### Формат выходных данных

Для каждого теста выведите одно число — суммарный вес выбранных рёбер.

stdin	stdout
3 3	-4
1 2 -3	21
2 3 -1	3
3 1 -10	
4 5	
1 2 10	
2 4 2	
1 3 10	
3 4 1	
1 4 10	
5 6	
1 2 1	
2 3 1	
3 4 1	
4 5 1	
1 5 2	
5 3 -1	

# Задача 21I. MST случайных точек [1.0, 256]

Даны n различных точек на плоскости. Координаты точек — целые числа от 0 до 30 000 включительно. Точки выбраны *случайно* в следующем смысле: рассмотрим все возможные наборы из n различных точек на плоскости с заданными ограничениями на координаты и выберем из них случайно и равновероятно один набор.

Вы можете провести отрезок между любыми двумя заданными точками. Длина отрезка между точками с координатами  $(x_1, y_1)$  и  $(x_2, y_2)$  равна  $\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$ . Будем говорить, что точки a и b связаны, если они соединены отрезком, или же существует точка d, которая связана и с a, и с b. Ваша задача — провести отрезки минимальной суммарной длины так, чтобы все точки были связаны.

### Формат входных данных

В первой строке ввода задано целое число n ( $2 \le n \le 50\,000$ ). Следующие n строк содержат координаты точек. Гарантируется, что все точки различны. Кроме того, во всех тестах, кроме примера, гарантируется, что точки выбраны случайно, как описано в условии.

#### Формат выходных данных

В первой строке выведите вещественное число w—суммарную длину отрезков. В следующих (n-1) строках выведите отрезки, по одному на строке. Каждый отрезок следует выводить как два числа от 1 до n, обозначающие номера точек, являющихся концами этого отрезка.

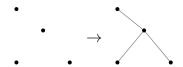
Пусть на самом деле суммарная длина выведенных вами отрезков равна  $w^*$ , а суммарная длина отрезков в оптимальном ответе равна  $w_{\rm opt}$ . Тогда ваш ответ будет считаться верным, если

$$\max\left(\left|\frac{w}{w^*} - 1\right|, \left|\frac{w^*}{w_{\text{opt}}} - 1\right|\right) < 10^{-12}.$$

#### Пример

stdin	stdout
4	22.02362358924615
0 10	1 2
5 6	2 3
10 0	4 2
0 0	

#### Иллюстрация



## Задача 21J. Таможенные пошлины [0.2, 256]

Недавно королева страны AlgoLand придумала новый способ отмывания денег для своего королевского двора. Она решила, что всякий житель, желающий совершить путешествие из одного города страны в другой, должен расплатиться за это желание своими деньгами.

В стране AlgoLand есть N городов, пронумерованных от 1 до N. Некоторые города соединены дорогами, движение по которым разрешено в двух направлениях. Начиная движение по какой-нибудь дороге, путешественник обязательно должен доехать до ее конца.

Предположим теперь, что житель страны хочет совершить путешествие из города A в город B. Новый указ королевы гласит, что при проезде по любой дороге страны во время этого путешествия, полицейские могут взять с этого жителя таможенную пошлину в пользу королевского двора (а могут и не взять). Если при этом у жителя недостаточно денег для уплаты пошлины, то он автоматически попадает в тюрьму. Указ также устанавливает величину пошлины для каждой дороги страны. Так как королева заботится о жителях своей страны, то она запретила полицейским брать с жителя пошлину более чем три раза во время одного путешествия.

Отметим, что если существует несколько способов попасть из города A в город B, то житель может выбрать для путешествия любой из них по собственному желанию.

Напишите программу, которая определяет, какую минимальную сумму денег должен взять с собой житель, чтобы гарантированно не попасть в тюрьму во время путешествия.

#### Формат входных данных

Первая строка входного файла содержит числа N и M ( $2 \le N \le 10\,000$ ,  $1 \le M \le 100\,000$ ), разделенные пробелом — количества городов и дорог. Следующие M строк описывают дороги. Каждая из этих строк описывает одну дорогу и содержит три числа X, Y, Z ( $1 \le X, Y \le N; X \ne Y; 1 \le Z \le 1\,000\,000\,000$ ), разделенных пробелами, означающие, что дорога соединяет города X и Y и пошлина за проезд по ней равна Z денежных единиц. Все числа Z целые. Последняя строка содержит числа A и B ( $1 \le A, B \le N; A \ne B$ ) — номера начального и конечного городов путешествия. Гарантируется, что существует хотя бы один способ проезда из A в B.

#### Формат выходных данных

Единственная строка выходного файла должна содержать одно число, равное минимальной сумме денег, которую должен взять с собой житель, чтобы иметь возможность совершить путешествие из города A в город B и при этом гарантированно не попасть в тюрьму независимо от действий полицейских.

stdin	stdout
5 6	6
1 2 10	
1 3 4	
3 2 3	
1 4 1	
4 5 2	
5 2 3	
1 2	