# ДЗ #14, dfs-2 СПб ВШЭ, 1 курс ПМИ, 15 января 2025

# Содержание

Must have		2
Задача 14А.	Longpath. Длиннейший путь [1, 256]	2
Задача 14В.	Поиск цикла [1, 256]	3
Обязательны	ие задачи	4
Задача 14С.	Unique Topsort [1, 256]	4
Задача 14D.	Condense 2. Конденсация графа [1, 256]	5
Задача 14Е.	Из истории банка Гринготтс [1, 256]	6
Задача 14F.	Bridges. Мосты [1, 256]	7
Задача 14 <b>G</b> .	Мосты и компоненты [1, 256]	8
Дополнитель	ьные задачи	9
Задача 14Н.	Кодовый замок [1, 256]	9
Задача 14І. /	Autotourism [1, 256]	10
Задача 14Ј.	King's Assassination [1, 256]	11

У вас не получается читать/выводить данные? Воспользуйтесь примерами (c++) (python).

Обратите внимание, входные данные лежат в **стандартном потоке ввода** (он же stdin), вывести ответ нужно в **стандартный поток вывода** (он же stdout).

Обратите внимание на GNU C++ компиляторы с суффиксом inc.

Подни можно пользоваться дополнительной библиотекой (optimization.h).

То есть, использовать быстрый ввод-вывод: пример про числа и строки.

И быструю аллокацию памяти (ускоряет vector-set-map-весь-STL): пример.

Для тех, кто хочет разобраться, как всё это работает.

Короткая версия быстрого ввода-вывода (тык) и короткая версия аллокатора (тык).

# ДЗ #14, dfs-2 СПб ВШЭ, 1 курс ПМИ, 15 января 2025

# Must have

### Задача 14A. Longpath. Длиннейший путь [1, 256]

Дан ориентированный граф без циклов. Требуется найти в нем длиннейший путь.

### Формат входных данных

Первая строка входного файла содержит два натуральных числа n и m — количество вершин и дуг графа соответственно. Следующие m строк содержат описания дуг по одной на строке. Ребро номер i описывается двумя натуральными числами  $b_i$  и  $e_i$  — началом и концом дуги соответственно  $(1 \leq b_i, e_i \leq n)$ .

Входной граф не содержит циклов и петель.

 $n \le 10\,000, m \le 100\,000.$ 

### Формат выходных данных

Первая строка выходного файла должна содержать одно натуральное число — количество дуг в длиннейшем пути.

stdin	stdout
5 5	3
1 2	
2 3	
3 4	
3 5	
1 5	

# ДЗ #14, dfs-2 СП6 ВШЭ, 1 курс ПМИ, 15 января 2025

# Задача 14В. Поиск цикла [1, 256]

Дан ориентированный невзвешенный граф без петель и кратных рёбер. Необходимо определить есть ли в нём циклы, и если есть, то вывести любой из них.

#### Формат входных данных

В первой строке входного файла находятся два натуральных числа N и M ( $1 \leqslant N \leqslant 100\,000,\, M \leqslant 100\,000$ ) — количество вершин и рёбер в графе соответственно. Далее в M строках перечислены рёбра графа. Каждое ребро задаётся парой чисел — номерами начальной и конечной вершин соответственно.

### Формат выходных данных

Если в графе нет цикла, то вывести «NO», иначе — «YES» и затем перечислить все вершины в порядке обхода цикла.

stdin	stdout
2 2	YES
1 2	1 2
2 1	
3 3	NO
1 2	
2 3	
1 3	

# Обязательные задачи

# Задача 14C. Unique Topsort [1, 256]

Дан ориентированный ацикличный граф G. Проверить, что существует единственный топологический порядок вершин графа.

### Формат входных данных

Первая строка входных данных содержит число вершин графа n ( $1 \le n \le 100\,000$ ) и число ребер графа m ( $0 \le m \le 100\,000$ ). Следующие m строк содержат пары чисел от 1 до n, задающие начало и конец соответствующего ребра. Гарантируется, что граф не содержит циклов.

### Формат выходных данных

Если топологический порядок единственный, выведите на первой строке YES, а на второй номера вершин в топологическом порядке, иначе выведите NO.

stdin	stdout
1 0	YES
	1
2 1	YES
2 1	2 1
4 2	NO
1 2	
4 3	

# ДЗ #14, dfs-2 СП6 ВШЭ, 1 курс ПМИ, 15 января 2025

# Задача 14D. Condense 2. Конденсация графа [1, 256]

Требуется найти количество ребер в конденсации ориентированного графа. Примечание: конденсация графа не содержит кратных ребер.

#### Формат входных данных

Первая строка входного файла содержит два натуральных числа n и m — количество вершин и ребер графа соответственно ( $n \le 10\,000$ ,  $m \le 100\,000$ ). Следующие m строк содержат описание ребер, по одному на строке. Ребро номер i описывается двумя натуральными числами  $b_i$ ,  $e_i$  — началом и концом ребра соответственно ( $1 \le b_i$ ,  $e_i \le n$ ). В графе могут присутствовать кратные ребра и петли.

### Формат выходных данных

Первая строка выходного файла должна содержать одно число — количество ребер в конденсации графа.

stdin	stdout
4 4	2
2 1	
3 2	
2 3	
4 3	

# ДЗ #14, dfs-2 СП6 ВШЭ, 1 курс ПМИ, 15 января 2025

# Задача 14Е. Из истории банка Гринготтс [1, 256]

Чтобы понять название задачи, можно прочитать красивую легенду. http://acm.timus.ru/problem.aspx?space=1&num=1441

Задача же заключается в том, чтобы рёбра неориентированного графа разбить на минимальное число путей.

### Формат входных данных

Дан граф. На первой строке число вершин n ( $1 \le n \le 20\,000$ ) и число рёбер m ( $1 \le m \le 20\,000$ ). Следующие m строк содержат описание рёбер графа. Каждая строка по два числа  $a_i$   $b_i$  ( $1 \le a_i, b_i \le n$ ). Между каждыми двумя вершинами не более одного ребра. Граф связен.

### Формат выходных данных

На первой строке минимальное число путей. На каждой следующей описание очередного пути – номера вершин в порядке прохождения.

stdin	stdout
7 7	3
1 2	5 7 4 2 1 4
4 1	2 3
6 7	6 7
5 7	
7 4	
2 3	
4 2	

# ДЗ #14, dfs-2 СПб ВШЭ, 1 курс ПМИ, 15 января 2025

### Задача 14F. Bridges. Мосты [1, 256]

Дан неориентированный граф. Требуется найти все мосты в нем.

#### Формат входных данных

Первая строка входного файла содержит два натуральных числа n и m — количество вершин и ребер графа соответственно ( $n \le 20\,000$ ,  $m \le 200\,000$ ).

Следующие m строк содержат описание ребер по одному на строке. Ребро номер i описывается двумя натуральными числами  $b_i$ ,  $e_i$  — номерами концов ребра  $(1 \le b_i, e_i \le n)$ .

#### Формат выходных данных

Первая строка выходного файла должна содержать одно натуральное число b — количество мостов в заданном графе. На следующей строке выведите b целых чисел — номера ребер, которые являются мостами, в возрастающем порядке. Ребра нумеруются с единицы в том порядке, в котором они заданы во входном файле.

stdin	stdout
6 7	1
1 2	3
2 3	
3 4	
1 3	
4 5	
4 6	
5 6	

### Задача 14G. Мосты и компоненты [1, 256]

Дан неориентированный граф (не обязательно связный). Граф может содержать петли и кратные ребра.

Выведите все компоненты реберной двусвязности графа (максимальные подмножества вершин, такие что подграф на них не теряет связность при удалении любого ребра).

### Формат входных данных

Первая строка содержит числа n и m  $(1 \le n \le 100\,000,\ 0 \le m \le 100\,000)$  — количество вершин и ребер в графе.

Следующие m строк задают ребра графа.

### Формат выходных данных

В первой строке выведите количество компонент, в следующих за ней строках выведите сами компоненты, по одной на строку.

Вершины в каждой компоненте должны идти в возрастающем порядке, компоненты нужно вывести в лексикографическом порядке.

Компонента – вектор номеров своих вершин. Лексикографически сравниваются вектора.

stdin	stdout
3 2	3
1 2	1
2 3	2
	3
3 3	1
1 2	1 2 3
2 3	
3 1	
2 2	1
1 2	1 2
1 2	
7 8	3
1 5	1 5 6
5 6	2 3 4
1 6	7
5 4	
4 3	
4 2	
3 2	
7 2	

# Дополнительные задачи

# Задача 14Н. Кодовый замок [1, 256]

Петя опоздал на тренировку по программированию! Поскольку тренировка проходит в воскресенье, главный вход в учебный корпус, где она проходит, оказался закрыт, а вахтёр ушёл куда-то по своим делам. К счастью, есть другой способ проникнуть в здание — открыть снаружи боковую дверь, на которой установлен кодовый замок.

На пульте замка есть d кнопок с цифрами 0, 1, ..., d-1. Известно, что код, открывающий замок, состоит из k цифр. Замок открывается, если последние k нажатий кнопок образуют код.

Поскольку Петя не имеет понятия, какой код открывает замок, ему придётся перебрать все возможные коды из k цифр. Но, чтобы как можно скорее попасть на тренировку, нужно минимизировать количество нажатий на кнопки. Помогите Пете придумать такую последовательность нажатий на кнопки, при которой все возможные коды были бы проверены, а количество нажатий при этом оказалось бы минимально возможным.

#### Формат входных данных

В первой строке входного файла записаны через пробел два целых числа d и k — количество кнопок на пульте и размер кода, соответственно ( $2 \le d \le 10$ ,  $1 \le k \le 20$ ).

#### Формат выходных данных

В первой строке выходного файла выведите искомую последовательность. Если последовательностей минимальной длины, перебирающих все возможные коды, несколько, можно выводить любую из них. Гарантируется, что d и k таковы, что минимальная длина последовательности не превосходит 1 мебибайта.

#### Пример

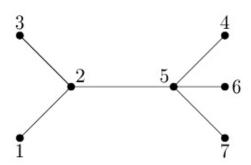
stdin	stdout
2 3	0001011100

#### Пояснение к примеру

Последовательность в примере перебирает все коды длины 3 в следующем порядке: 000, 001, 010, 101, 111, 110, 100.

# Задача 14I. Autotourism [1, 256]

В Байтландии существуют n городов, соединённых n-1 дорогами с двусторонним движением таким образом, что из каждого города можно проехать в любой другой по сети дорог. Длина каждой дороги равна 1 километру.



Бензобак автомобиля позволяет проехать без заправки m километров. Требуется выбрать маршрут, позволяющий посетить наибольшее количество различных городов без дозаправки. При этом начинать и заканчивать маршрут можно в произвольных городах.

#### Формат входных данных

В первой строке входного файла заданы два целых числа n и m ( $2 \le n \le 500\,000$ ,  $1 \le m \le 200\,000\,000$ ) — количество городов в стране и количество километров, которое автомобиль может проехать без дозаправки. В последующих n-1 строках описаны дороги. Каждая дорога задаётся двумя целыми числами a и b ( $1 \le a, b \le n$ ) — номерами городов, которые она соединяет. Длина каждой дороги равна 1 км.

### Формат выходных данных

Выведите одно число — максимальное количество городов, которое можно посетить без дозаправки.

### Пример

stdin	stdout
7 6	5
1 2	
2 3	
2 5	
5 6	
5 7	
5 4	

#### Пояснение к примеру

5 городов можно посетить, например, по схеме  $4 \to 5 \to 7 \to 5 \to 6 \to 5 \to 2$  или по схеме  $3 \to 2 \to 1 \to 2 \to 5 \to 6 \to 5$ .

# Задача 14J. King's Assassination [1, 256]

Дан граф из n вершин и m ребер. Граф ориентированный. Нужно определить число вершин, содержащихся на всех путях из s в t (сами s и t учитывать не нужно).

#### Формат входных данных

Первая строка содержит n, m, s и t  $(2 \le n \le 100\,000, 1 \le m \le 300\,000, 1 \le s, t \le n, s \ne t)$ . Следующие m строк содержат пары чисел  $x_i$  и  $y_i$  — индексы вершин от 1 до n. Это означает что есть дорога из вершины с номером  $x_i$  в вершину с номером  $y_i$ .

### Формат выходных данных

Число вершин k. Далее k чисел — номера вершин в возрастающем порядке.

stdin	stdout
4 3 1 4	2
1 2	2 3
2 3	
3 4	
4 4 1 4	1
1 2	3
2 3	
3 4	
1 3	
4 5 1 4	0
1 2	
2 3	
3 4	
1 3	
2 4	