

## Содержание

<b>Must have</b>	2
Задача 13А. Матрица инцидентности [0.1 sec, 256 mb]	2
Задача 13В. Дерево [0.1 sec, 256 mb]	3
Задача 13С. Компоненты связности [0.1 sec, 256 mb]	4
<b>Обязательные задачи</b>	5
Задача 13D. Глубинный путь [0.1 sec, 256 mb]	5
Задача 13Е. TopSort. Топологическая сортировка [0.1 sec, 256 mb]	6
Задача 13F. Поиск пути на гриде [0.4 sec, 256 mb]	7
Задача 13G. Связанность графа [0.1 sec, 256 mb]	8
Задача 13H. Avia. Авиаперелеты [0.4 sec, 256 mb]	9
<b>Дополнительные задачи</b>	10
Задача 13I. Дорожные работы [0.25 sec, 256 mb]	10
Задача 13J. Редукция дерева [0.4 sec, 256 mb]	12

---

У вас не получается читать/выводить данные?

Воспользуйтесь примерами (c++) (python).

Обратите внимание, входные данные лежат в **стандартном потоке ввода** (он же stdin), вывести ответ нужно в **стандартный поток вывода** (он же stdout).

Обратите внимание на GNU C++ компиляторы с суффиксом inc.

Подни можно пользоваться **дополнительной библиотекой** (optimization.h).

То есть, использовать быстрый ввод-вывод: **пример про числа и строки**.

И быструю аллокацию памяти (ускоряет vector-set-map-весь-STL): **пример**.

Для тех, кто хочет разобраться, как всё это работает.

Короткая версия быстрого ввода-вывода (**тык**) и короткая версия аллокатора (**тык**).

## Must have

### Задача 13А. Матрица инцидентности [0.1 sec, 256 mb]

Вершина графа  $u$  называется *инцидентной* ребру  $e$ , если  $u$  является одним из концов ребра  $e$ .

Аналогично, ребро  $e$  называется *инцидентным* вершине  $u$ , если один из концов  $e$  — это вершина  $u$ .

*Матрицей инцидентности* графа  $G = (V, E)$  называется прямоугольная таблица из  $|V|$  строк и  $|E|$  столбцов, в которой на пересечении  $i$ -ой строки и  $j$ -го столбца записана единица, если вершина  $i$  инцидентна ребру  $j$ , и ноль в противном случае.

Дан неориентированный граф. Выведите его матрицу инцидентности.

#### Формат входных данных

В первой строке входного файла заданы числа  $N$  и  $M$  через пробел — количество вершин и рёбер в графе, соответственно ( $1 \leq N \leq 100$ ,  $0 \leq M \leq 10\,000$ ). Следующие  $M$  строк содержат по два числа  $u_i$  и  $v_i$  через пробел ( $1 \leq u_i, v_i \leq N$ ); каждая такая строка означает, что в графе существует ребро между вершинами  $u_i$  и  $v_i$ . Рёбра нумеруются в том порядке, в котором они даны во входном файле, начиная с единицы.

#### Формат выходных данных

Выведите в выходной файл  $N$  строк, по  $M$  чисел в каждой.  $j$ -ый элемент  $i$ -ой строки должен быть равен единице, если вершина  $i$  инцидентна ребру  $j$ , и нулю в противном случае. Разделяйте соседние элементы строки одним пробелом.

#### Примеры

stdin	stdout
3 2	1 0
1 2	1 1
2 3	0 1
2 2	1 1
1 1	0 1
1 2	

### Задача 13В. Дерево [0.1 sec, 256 mb]

Дан неориентированный граф. Проверьте, является ли он деревом.

#### Формат входных данных

В первой строке входного файла заданы через пробел два целых числа  $n$  и  $m$  — количество вершин и рёбер в графе, соответственно ( $1 \leq n \leq 100$ ). В следующих  $m$  строках заданы рёбра;  $i$ -я из этих строк содержит два целых числа  $u_i$  и  $v_i$  через пробел — номера концов  $i$ -го ребра ( $1 \leq u_i, v_i \leq n$ ). Граф не содержит петель и кратных рёбер.

#### Формат выходных данных

В первой строке выходного файла выведите “YES”, если граф является деревом, и “NO” в противном случае.

#### Примеры

stdin	stdout
3 2 1 2 1 3	YES
3 3 1 2 2 3 3 1	NO

### Задача 13С. Компоненты связности [0.1 сек, 256 mb]

Вам задан неориентированный граф с  $N$  вершинами и  $M$  ребрами ( $1 \leq N \leq 20\,000$ ,  $1 \leq M \leq 200\,000$ ). В графе отсутствуют петли и кратные ребра.

Определите компоненты связности заданного графа.

#### Формат входных данных

Граф задан во входном файле следующим образом: первая строка содержит числа  $N$  и  $M$ . Каждая из следующих  $M$  строк содержит описание ребра — два целых числа из диапазона от 1 до  $N$  — номера концов ребра.

#### Формат выходных данных

На первой строке выходного файла выведите число  $L$  — количество компонент связности заданного графа. На следующей строке выведите  $N$  чисел из диапазона от 1 до  $L$  — номера компонент связности, которым принадлежат соответствующие вершины. Компоненты связности следует занумеровать от 1 до  $L$  произвольным образом.

#### Пример

stdin	stdout
4 2	2
1 2	1 1 2 2
3 4	

## Обязательные задачи

### Задача 13D. Глубинный путь [0.1 сек, 256 mb]

Дан ориентированный (по рёбрам можно ходить только в одну сторону) граф из  $n$  вершин и  $m$  рёбер. Найдите любой путь из вершины  $s$  в вершину  $t$ .

#### Формат входных данных

На первой строке числа  $n, m, s, t$  ( $2 \leq n \leq 50\,000, 0 \leq m \leq 100\,000, 1 \leq s, t, n, s \neq t$ ). Следующие  $m$  строк содержат пары целых чисел  $a_i, b_i$ , описывающие ребро из  $a_i$  в  $b_i$ . Граф не содержит петель, но может содержать кратные рёбра.

#### Формат выходных данных

Если пути нет, выведите  $-1$ . Иначе выведите вершины пути в порядке от  $s$  до  $t$ .

Если путей из  $s$  в  $t$  несколько, выведите любой.

Путь должен быть простым (вершины пути не повторяются).

#### Примеры

stdin	stdout
4 5 1 3 1 2 2 4 2 1 4 3 4 1	1 2 4 3
4 5 3 1 1 2 2 4 2 1 4 3 4 1	-1

### Задача 13Е. TopSort. Топологическая сортировка [0.1 sec, 256 mb]

Дан ориентированный невзвешенный граф. Необходимо его топологически отсортировать.

#### Формат входных данных

В первой строке входного файла даны два натуральных числа  $N$  и  $M$  ( $1 \leq N \leq 100\,000, M \leq 100\,000$ ) — количество вершин и рёбер в графе соответственно. Далее в  $M$  строках перечислены рёбра графа. Каждое ребро задаётся парой чисел — номерами начальной и конечной вершин соответственно.

#### Формат выходных данных

Вывести любую топологическую сортировку графа в виде последовательности номеров вершин. Если граф невозможно топологически отсортировать, вывести -1.

#### Пример

stdin	stdout
6 6 1 2 3 2 4 2 2 5 6 5 4 6	4 6 3 1 2 5
3 3 1 2 2 3 3 1	-1

### Задача 13F. Поиск пути на гриде [0.4 sec, 256 mb]

Дано прямоугольное поле  $W \times H$ . Некоторые клетки проходимы, через некоторые ходить нельзя. Из клетки можно ходить в соседние по ребру (слева, справа, сверху, снизу).

Нужно из клетки  $(x_1, y_1)$  найти любой (не обязательно кратчайший, даже не обязательно простой) путь в клетку  $(x_2, y_2)$ .

#### Формат входных данных

На первой строке  $W, H, x_1, y_1, x_2, y_2$  ( $1 \leq x_1, x_2 \leq W \leq 1000, 1 \leq y_1, y_2 \leq H \leq 1000$ ). Далее  $H$  строк, в каждой из которых по  $W$  символов. Символ “.” означает, что клетка проходимая, а символ “\*” означает, что по ней ходить нельзя.

Клетки  $(x_1, y_1)$  и  $(x_2, y_2)$  не совпадают и обе проходимы.

#### Формат выходных данных

Если пути не существует, выведите NO.

Иначе выведите YES и последовательность клеток  $(x_i, y_i)$ , в которой первая совпадает с клеткой  $(x_1, y_1)$ , а последняя с клеткой  $(x_2, y_2)$ .

#### Пример

stdin	stdout
4 2 1 1 4 2 .... ....	YES 1 1 2 1 3 1 4 1 3 1 3 2 4 2
4 2 1 1 4 2 ..*. *.*.	NO
4 2 1 1 4 2 ..*. *.*.	YES 1 1 2 1 2 2 3 2 4 2

### Задача 13G. Связанность графа [0.1 sec, 256 mb]

Дан граф, содержащий  $N$  вершин и  $M$  рёбер ( $1 \leq N \leq 1000, 1 \leq M \leq 7000$ ). Требуется найти наименьшее число рёбер и эти рёбра, которые нужно добавить, чтобы граф стал связным.

#### Формат входных данных

Во входном файле записаны сначала числа  $N$  и  $M$ , затем идёт описание рёбер графа —  $M$  пар чисел, где каждая пара описывает начало и конец ребра.

#### Формат выходных данных

В первую строку вывести единственное число  $K$  — минимальное количество рёбер, которое нужно добавить. В следующих  $K$  строках выведите по 2 числа — начало и конец нового ребра.

stdin	stdout
3 1	1
2 1	1 3



### Задача 13Н. Avia. АвиAPERелеты [0.4 сек, 256 mb]

Главного конструктора Петю попросили разработать новую модель самолета для компании «Air Бубундия». Оказалось, что самая сложная часть заключается в подборе оптимального размера топливного бака.

Главный картограф «Air Бубундия» Вася составил подробную карту Бубундии. На этой карте он отметил расход топлива для перелета между каждой парой городов.

Петя хочет сделать размер бака минимально возможным, для которого самолет сможет долететь от любого города в любой другой (возможно, с дозаправками в пути).

#### Формат входных данных

Первая строка входного файла содержит натуральное число  $n$  ( $1 \leq n \leq 1000$ ) — число городов в Бубундии. Далее идут  $n$  строк по  $n$  чисел каждая.  $j$ -ое число в  $i$ -ой строке равно расходу топлива при перелете из  $i$ -ого города в  $j$ -ый. Все числа не меньше нуля и меньше  $10^9$ . Гарантируется, что для любого  $i$  в  $i$ -ой строчке  $i$ -ое число равно нулю.

#### Формат выходных данных

Первая строка выходного файла должна содержать одно число — оптимальный размер бака.

#### Пример

stdin	stdout
4 0 10 12 16 11 0 8 9 10 13 0 22 13 10 17 0	10

## Дополнительные задачи

### Задача 131. Дорожные работы [0.25 sec, 256 mb]

В республике Икс издавна действует двухпартийная система. Каждый год граждане, имеющие избирательные права, голосуют, какой партии они больше доверяют — партии Мошенников или партии Грабителей, и в течение этого года вся реальная власть сосредоточена в руках избранной партии.

В последние  $M$  лет между партиями разразилась нешуточная война по перестройке дорожной сети республики «под себя». Партия Мошенников стремится построить как можно больше государственных дорог, чтобы прикарманить побольше бюджетных денег на их «обслуживание», а партия Грабителей стремится сделать платными как можно большее число дорог. Движение на всех дорогах республики Икс двустороннее.

Известно, что в течение одного года правления партии Мошенников удавалось построить ровно одну новую дорогу (которая поначалу является бесплатной), а партии Грабителей — ввести плату за проезд по одной из бесплатных на текущий момент дорог (при этом деньги на содержание этой дороги выделяются уже не из бюджета, а из средств, вырученных за проезд).

Президент республики, в настоящее время не имеющий реального политического влияния, решил привлечь внимание общественности к проблеме дорог. Он назвал дорожную сеть *удобной* (для простых граждан), если из любого города можно доехать до любого, используя только бесплатные дороги, но при этом количество бесплатных дорог (а, соответственно, и бюджетные средства на их содержание, полученные сбором налогов с граждан республики) — минимально возможное.

Вам поручено написать программу, которая определяет, была ли дорожная сеть удобной по завершении  $i$ -го года «дорожной войны».

#### Формат входных данных

В первой строке ввода заданы два числа —  $N$  ( $1 \leq N \leq 1000$ ), число городов в республике Икс, и  $M$  ( $1 \leq M \leq 100\,000$ ), продолжительность порядком затянувшейся «дорожной войны». Далее следуют  $M$  строк, первый символ каждой из которых — это F, если в данный год у власти была партия Мошенников, и R — если партия Грабителей, а далее в строке следуют два числа — номера городов  $u_i$  и  $v_i$  — пара городов, дорога между которыми стала объектом пристального внимания соответствующей партии (была построена новая дорога, если у власти была партия Мошенников, и одна из существующих дорог была сделана платной, если у власти была партия Грабителей). Вполне возможна ситуация, когда между двумя городами окажется более одной дороги, или будет построена дорога из города в себя — мало ли, что там удумает партия Мошенников.

Гарантируется, что входные данные корректны, то есть, все числа  $u_i$  и  $v_i$  лежат в пределах от 1 до  $N$ , и если известно, что в какой-то год дорога между двумя городами была сделана платной, то это значит, что перед началом года была хотя бы одна бесплатная дорога между этими городами.

#### Формат выходных данных

Для каждого года выведите в отдельной строке YES, если дорожная сеть по завершении соответствующего года была удобной, и NO в противном случае.

**Пример**

stdin	stdout
4 8	NO
F 1 2	NO
F 1 3	NO
R 1 3	NO
F 2 3	YES
F 3 4	NO
F 1 3	YES
R 1 3	NO
F 1 1	

### Задача 13J. Редукция дерева [0.4 sec, 256 mb]

Задано неориентированное дерево, содержащее  $n$  вершин. Можно выбрать некоторое ребро и удалить его, при этом инцидентные ему вершины не удаляются. Таким образом можно удалить из дерева некоторый набор рёбер. В результате дерево распадается на некоторое количество меньших деревьев. Требуется, удалив наименьшее количество рёбер, получить в качестве хотя бы одной из компонент связности дерево, содержащее ровно  $p$  вершин.

#### Формат входных данных

Первая строка входного файла содержит пару натуральных чисел  $n$  и  $p$  ( $1 \leq p \leq n \leq 1000$ ). Далее в  $n - 1$  строке содержатся описания рёбер дерева. Каждое описание состоит из пары натуральных чисел  $a_i, b_i$  ( $1 \leq a_i, b_i \leq n$ ) — номеров соединяемых ребром вершин.

#### Формат выходных данных

В первую строку выведите наименьшее количество рёбер  $q$  в искомом наборе. Во вторую строку выведите номера удаляемых рёбер. Номера рёбер определяются порядком их задания по входном файле. Рёбра нумеруются с единицы. Если оптимальных решений несколько, разрешается выводить любое.

#### Пример

stdin	stdout
11 6	2
1 2	3 6
1 3	
1 4	
2 6	
2 7	
1 5	
2 8	
4 9	
4 10	
4 11	