

Вопросы на 5 к экзамену по алгоритмам SPb HSE, 1-й курс ПМИ, июнь 2025

Модели вычислений

- (c) 1. RAM. Конкретный алгоритм для 3 – SAT в RAM за $\mathcal{O}(m + n)$.
- (c) 2. Машина Тьюринга. Определение.

Бинарные деревья поиска

- (c) 3. BST. Прямой обход. Восстановление дерева за $\mathcal{O}(n)$.
- (c) 4. AVL. Split (с док-вом перебалансировки на k).
- (c) 5. B-дерево. Вариации. B*-дерево, B⁺ дерево, 2-3-Tree, 2-3-4, RB, AA.
- (c) 6. Splay. Доказательство амортизированной оценки операции Splay.
- (c) 7. Splay. Оценка $\sum k_i \log \frac{m}{k_i}$ с доказательством.
- (c) 8. Splay. Теорема о статической оптимальности. Гипотеза динамической оптимальности.

Структуры данных

- (c) 9. Persistent. Стек, очередь, дек за $\mathcal{O}(1)$ (через 5 стеков).
- (c) 10. Rope. Skip-List. Операции Erase, Split, Merge.
- (c) 11. SQRТ. Оптимальный выбор размера куска на примере задачи (kth_stat + reverse).
- (c) 12. Корневая декомпозиция по запросам на примере «Dynamic Connectivity Offline за $\mathcal{O}(m\sqrt{m})$ ».
- (c) 13. Дерево отрезков. Динамическое (два способа), сжатие координат. Применение сжатия координат для задач со scanline.
- (c) 14. Scanline. Лежит ли точка внутри невыпуклого многоугольника?.
- (c) 15. 2D. Многомерные структуры. ДО из ДО (зачем нужно?), ДО из ДД (зачем нужно?). Трёхмерное ДО, k -мерное ДО.
- (c) 16. 2D. Поиск k -й порядковой на отрезке за $\mathcal{O}(\log n)$.

RMQ, LCA, LA

- (c) 17. RMQ. Решение RMQ за $\langle \mathcal{O}(n), \mathcal{O}(1) \rangle$ для $n \leq w$, хранение стеков минимумов.
- (c) 18. RMQ. Фарах-Колтон-Бендер. Метод четырёх русских, решение RMQ и LCA за $\langle \mathcal{O}(n), \mathcal{O}(1) \rangle$.
- (c) 19. RMQ. Фарах-Колтон-Бендер: подсчёт ровно за $\mathcal{O}(2^k)$.
- (c) 20. Сумма на пути в меняющемся дереве за $\langle \mathcal{O}(n), \mathcal{O}(\log n) \rangle$.

Другие древесные алгоритмы и структуры

- (c) 21. Link-Cut. Оценка времени MakeRoot, Link, Cut.
- (c) 22. MST за линейное время в среднем. Собственно алгоритм.
- (c) 23. MST за линейное время в среднем. Лемма про количество «небесполезных рёбер».

Игры

- (c) 24. Игры. Длина самой короткой игры. Длина самой длинной игры. Примеры на тему: Ним, Игра в спички, Скамейки.
- (c) 25. Гранди. Максимальное значение функции Гранди.

Бонус