

Вопросы на 4 к экзамену по алгоритмам SPb HSE, 1-й курс ПМИ, июнь 2025

Модели вычислений

- (b) 1. RAM-w. bfs за $\mathcal{O}(n^2/w)$ и $\mathcal{O}(n)$ в RAM.
- (b) 2. RAM. Создание числа-массива из n w -битных единиц.
- (b) 3. RAM. Сумма массива из w -битных чисел за $\mathcal{O}(\log n)$.

Бинарные деревья поиска

- (b) 4. BST. Add/LowerBound оценка снизу $\Omega(\log n)$.
- (b) 5. BST. Обработка равных ключей. Del за $\mathcal{O}(1)$.
- (b) 6. BST. Персистентная версия добавления, удаления.
- (b) 7. AVL. Del, Merge (без док-ва перебалансировки на k). Персистентное вращение.
- (b) 8. AVL. Число вращений при Add и Del.
- (b) 9. Общие идеи: запрос на отрезке BST-дерева, отложенные операции, разворот отрезка.
- (b) 10. B-дерево. Find, Add, Del. Оценка $\mathcal{O}(\log n)$. Split, Merge.
- (b) 11. RB-дерево. Определение.
- (b) 12. Treap. Эффективная реализация Add, Delete. Персистентные декартовы деревья.
- (b) 13. Treap. Garbage collector-ы на примере персистентного treap (ссылочный, стековый).
- (b) 14. Splay. Del, Split, Merge. Потенциал. Оценка всего, кроме операции Splay.

Структуры данных

- (b) 15. Persistent. Дек через Pairing.
- (b) 16. Persistent. CHM. Персистентный массив: BST vs дерево отрезков.
- (b) 17. Rope. Skip-List. Операции Find, Insert.
- (b) 18. SQRТ. Корневая декомпозиция. Через Split/Merge. Через Split/Rebuild. Примеры.
- (b) 19. Дерево отрезков. Реализация снизу. Корректность. Сравнение с реализацией сверху.
- (b) 20. Дерево отрезков. Реализация сверху: ровно $2n$ ячеек.
- (b) 21. Дерево отрезков. Сравнение с BST по неявному ключу.
- (b) 22. Scanline. Площадь объединения прямоугольников.
- (b) 23. Scanline. Наибольшая по сумме элементов возрастающая подпоследовательность.
- (b) 24. 2D. Количество точек в прямоугольнике online за $\langle \mathcal{O}(n \log n), \mathcal{O}(\log n) \rangle$.
- (b) 25. 2D. Поиск k -й порядковой статистики на отрезке за $\mathcal{O}(\log^2 n)$.

RMQ, LCA, LA

- (b) 26. RMQ. Фенвик. Операции. Корректность.
- (b) 27. RMQ. Модификации разреженных таблиц. $\langle \mathcal{O}(n \log \log n), \mathcal{O}(1) \rangle$ и $\langle \mathcal{O}(n), \mathcal{O}(\log \log n) \rangle$.
- (b) 28. RMQ. Решение задачи RMQ за $\langle \mathcal{O}(n \log^* n), \mathcal{O}(\log^* n) \rangle$.
- (b) 29. RMQ. Сведение RMQ $\rightarrow$ LCA. Построение декартового дерева за линейное время.
- (b) 30. LCA в offline, алгоритм Тарьяна.
- (b) 31. LA. Алгоритм Вишкина (решение LA за $\langle \mathcal{O}(n), \mathcal{O}(\log n) \rangle$).

Другие древесные алгоритмы и структуры

- (b) 32. Euler-Tour Tree. Операции Link, Cut, IsConnected.
- (b) 33. Link-Cut. Описание структуры. Операции Expose, MakeRoot, Link, Cut.
- (b) 34. Link-Cut. Потенциал. Оценка времени Expose.

Игры

- (b) 35. Игры. Граф с циклами. Ретроанализ. Реализация за $\mathcal{O}(E)$. Пример цикла без ничей.
- (b) 36. Игры. Ним. Результат игры Ним. Обоснование. Примеры на тему: Ним, *Игра в спички*, *Скамейки*.
- (b) 37. Гранди. Теорема Гранди про ксор: доказательство.

Бонус