

Вопросы на 3 к экзамену по алгоритмам

SPb HSE, 1-й курс ПМИ, июнь 2025

Модели вычислений

- (a) 1. RAM и RAM-w, определения, различия.
- (a) 2. RAM-w. Флойд за $\mathcal{O}(n^3/w)$ и $\mathcal{O}(n^2)$ в RAM.
- (a) 3. RAM. P = NP. Обоснование, общий принцип.

Бинарные деревья поиска

- (a) 4. BST. Add, Del, Find, LowerBound за $\mathcal{O}(h)$. Симметричный обход, сортировка, нижняя оценка.
- (a) 5. BST. Next, Prev, Find за $\mathcal{O}(1)$. Список. Хеш-таблица. Итератор в `set`.
- (a) 6. AVL. Инвариант, типы вращений. Оценка глубины. Add.
- (a) 7. Общие идеи: BST и неявный ключ, BST и персистентность.
- (a) 8. B-дерево. Find, Add. Оценка $\mathcal{O}(k \log_k n)$ и $\mathcal{O}(\log_k n)$ чтений.
- (a) 9. Treap. Два определения случайного дерева (RBST). Эквивалентность определений. Оценка средней глубины вершины.
- (a) 10. Treap. $\exists!$ дерево при уникальных y . Связь со случайными деревьями. Операции Split, Merge.
- (a) 11. Splay. Три вида поворотов. Операции Splay, Add. Формулировка теоремы о времени работы.

Структуры данных

- (a) 12. Persistent. Offline, дерево версий.
- (a) 13. Persistent. *Детская персистентность (2 версии), частичная персистентность за $\mathcal{O}(\log n)$.*
- (a) 14. Persistent. Online Fully Persistent массив за $\mathcal{O}(\log n)$. Любой способ.
- (a) 15. SQRТ. Корневая декомпозиция. Статичная по массиву (с примером).
- (a) 16. Дерево отрезков. Реализация сверху. Оценка на память, на время `get`.
- (a) 17. Дерево отрезков. Массовые модификации. `+=` и `getMin`. `=` и `getSum`.
- (a) 18. Scanline. 2D запрос на массиве через персистентную структуру для каждого префикса.
- (a) 19. Scanline. Число точек в прямоугольниках; число прямоугольников, покрывающих точку.
- (a) 20. 2D. ДО сортированных массивов. Связь с 2D запросом (кол-вом точек в прямоугольнике).

RMQ, LCA, LA

- (a) 21. RMQ. Разреженные таблицы (Sparse Table).
- (a) 22. RMQ. Сведение LCA $\rightarrow$ RMQ ± 1 . Решение задачи LCA за $\langle \mathcal{O}(n \log n), \mathcal{O}(1) \rangle$.
- (a) 23. LCA. Двоичные подъёмы. Решение LCA, два способа (с 1-й двигающейся вершиной и с 2-мя).
- (a) 24. LA. Решение LA в online и в *offline*.
- (a) 25. *Сумма на пути в дереве за $\langle \mathcal{O}(n), \mathcal{O}(1) \rangle$.*

Другие древесные алгоритмы и структуры

- (a) 26. Heavy-Light Decomposition. Построение за $\mathcal{O}(n)$. Одно дерево отрезков.
- (a) 27. Heavy-Light Decomposition. Вычисление функции на пути, функции поддерева.

Игры

- (a) 28. Игры. Ациклический граф. Решение для симметричной/несимметричной игры.
- (a) 29. Гранди. Функция Гранди, вычисление, связь с выигрышностью.
- (a) 30. Гранди. Прямая сумма. Теорема Гранди про кср без доказательства.
Примеры на тему: Ним, *Игра в спички*, *Скамейки*.

Бонус