

Вопросы на 4 к экзамену по алгоритмам SPb HSE, 1-й курс ПМИ, марта 2025

DFS

- (b) 1. DFS. Эйлеров цикл. Эйлеров путь. Случай ориентированного и неориентированного графа. Поиск за $\mathcal{O}(V + E)$. Ленивое удаление рёбер.
- (b) 2. DFS. Раскраска вершин графа в k цветов. Сложность задачи для разных k . Жадное решение за $\mathcal{O}(V + E)$.
- (b) 3. DFS. Мосты и точки сочленения. Алгоритм за $\mathcal{O}(V + E)$ без доказательства корректности.
- (b) 4. DFS. Двусвязность: вершинная и рёберная. Два определения: через удаление объектов, через отношение эквивалентности.
- (b) 5. DFS. 2-SAT. Решение за $\mathcal{O}(V + E)$ без доказательства. Примеры задач: 2-LIST-COLORING, расположение геометрических объектов без наложений.

Теория сложности, рандомизированные алгоритмы

- (b) 6. NP. Неконструктивное доказательство существования неразрешимых задач.
- (b) 7. NP. Неразрешимость Halting Problem.
- (b) 8. NP. Определение DTime, P, EXP. Теорема об иерархии по времени (без доказательства). Доказательство $P \neq EXP$.
- (b) 9. NP. Полиномиальное сведение (по Карпу). Свойства полиномиального сведения.
- (b) 10. NP. Доказательство существования NP-полных задач. $3CNF \in NP_c$.
- (b) 11. NP. Сведения $3CNF \rightarrow CIRCUIT-SAT \rightarrow SAT \rightarrow 3-SAT$. Что следует из этих сведений?
- (b) 12. NP. Сведения $3-SAT \rightarrow k-IND \rightarrow k-CLIQUE \rightarrow VERTEX-COVER$. Что следует из этих сведений?
- (b) 13. NP. Решение search-задач минимизации/максимизации через decision-версию. Решение search-версий SAT и $k-IND$ -SET через decision-версии. Использование SAT-солверов.
- (b) 14. NP, Гипотезы ETH, SETH. Формулировки. Следствия между 3 гипотезами.
- (b) 15. RP. Понижение ошибки в RP, coRP.
- (b) 16. RP. Тест Ферма, тест Миллера-Рабина, 3 точки для 2^{32} . Все оценки вероятностей лишь постулируются, не доказываются.
- (b) 17. RP. Парадокс дней рождений, анализ вероятности в обе стороны.
- (b) 18. RP. Алгоритм Полларда за $\mathcal{O}(n^{1/4})$ арифметических операций. Обоснование.
- (b) 19. RP. Решение 3-SAT. Детерминированный и рандомизированный алгоритмы за 1.73^n (с доказательствами).
- (b) 20. RP. Класс ZPP. Теорема $ZPP = RP \cap coRP$.
- (b) 21. RP. Класс RP. Связь между классами P, NP, RP, coRP, ZPP, BPP, PP. 4 открытых вопроса.
- (b) 22. RP. *Random shuffle массива. Игра на 0-1-дереве, min-max-игра на дереве, шахматы.*

Графы

- (b) 23. Path. 0-1-k bfs (и его частей 1-k, 0-1).
- (b) 24. Path. Алгоритм A*. Доказательство для графов с неравенством треугольника. Сравнение с Дейкстрой. Когда A* лучше?
- (b) 25. Path. Флойд. Поиск отрицательных циклов. *Транзитивное замыкание за $\mathcal{O}(\frac{V^3}{w})$.*
- (b) 26. Path. Форд-Беллман. Переход к линейной памяти. Версия с break и версия с очередью (без доказательства времени работы).

- (b) 27. Path. Идея потенциалов. Применение для APSP: алгоритм Джонсона.
- (b) 28. Path. Поиск цикла минимального среднего веса. За $\mathcal{O}(VE \log C)$.
- (b) 29. MST. Доказательства Краскала и Прима.
- (b) 30. DSU. На списках доказательство времени работы $\mathcal{O}(m + n \log n)$.
- (b) 31. DSU. Реализация деревьями. Две эвристики.
- (b) 32. DSU. Реализация деревьями. Доказательство оценки $\mathcal{O}(\log n)$ для сжатия путей.
- (b) 33. DSU. Реализация деревьями. Доказательство оценки $\mathcal{O}(\log n)$ для ранговой.

Жадности и приближенные алгоритмы

- (b) 34. TSP. 1.5-ОПТ решение. \nexists алгоритма если нет неравенства треугольника.
- (b) 35. Правило Варнсдорфа для частного случая. Применение к общему случаю.
- (b) 36. Поиск кодов по массиву частот за $\mathcal{O}(\text{sort}(k) + k)$. Хранение кодов за $\mathcal{O}(k(2 + \log k))$.
- (b) 37. Жадность. Задания с дедлайнами: выполнить все за $\mathcal{O}(n \log n)$, выполнить максимум за $\mathcal{O}(n^2)$.
- (b) 38. Жадность. Задача про два (упорядоченных) станка. Формулировка. Корректное решение без доказательства.
- (b) 39. Partition. PTAS-схема.
- (b) 40. Knapsack. Жадность по удельной стоимости не даёт приближения. PTAS-схема.
- (b) 41. Set Cover. $\ln(n)$ -приближение. Доказательство оценки.

Центроиды

- (b) 42. Центроидная декомпозиция: Disjoint Sparse Table.
- (b) 43. Центроидная декомпозиция: подробности хранения, LCA, поиск минимума на пути за $\mathcal{O}(LCA)$ и $\mathcal{O}(\log \log n)$, поиск gcd на отрезке массива.

Забывтое

- (b) 44. NP, L, PSPACE. Вложения $NP \subseteq PSPACE \subseteq EXP$.