

Вопросы на 3 к экзамену по алгоритмам SPb HSE, 1-й курс ПМИ, марта 2025

DFS

- (a) 1. DFS. Мосты и точки сочленения. Тривиальный алгоритм за $\mathcal{O}(VE)$.
- (a) 2. DFS. 2-SAT. Определение задачи. Решение за $\mathcal{O}(VE)$ методом «попробуем подставить».

Теория сложности, рандомизированные алгоритмы

- (a) 3. NP. Формулировки задач Halting Problem, k-CLIQUE, HAM-PATH, PRIME, IS-SORTED. В каких классах лежат?
- (a) 4. NP. Понятие языка, decision-задачи, search-задачи. Определения P, NP, EXP. Решение search-версии через decision-версию. Формулировки задач: k-CLIQUE, MAX-CLIQUE.
- (a) 5. NP. Классы NP, NP-hard, NP-complete.
Задача: пусть k-IND \in NPh, докажите, что k-CLIQUE \in NPc.
- (a) 6. NP. Примеры задач из NP, про которые считается, что они не в $P \cup \text{NPc} \cup \text{coNPc}$ (между P и NPc).
- (a) 7. RP. Классы RP, coRP, связь с классами P, NP.
- (a) 8. RP. Задачи: самый частый элемент, 3-LIST-COLORING, matrix multiplication testing.
- (a) 9. RP. Алгоритм Полларда за $\mathcal{O}(n^{1/4} \log n)$ арифметических операций. Без обоснований.
- (a) 10. RP. Лемма Шварца-Зиппеля без доказательства.
- (a) 11. RP. Класс BPP. Понижение ошибки без доказательства.
- (a) 12. RP. Идеальное шифрование. Вычисление средней зарплаты без разглашения.

Графы

- (a) 13. Path. Поиск в ширину. Решение очередью. Дерево кратчайших путей. Восстановление пути.
- (a) 14. Path. Дейкстра. Алгоритм. Доказательство. Решение за $\mathcal{O}(E \log V)$, $\mathcal{O}(V^2 + E)$, $\mathcal{O}(E + V \log V)$.
- (a) 15. Path. Флойд. Решение за $\mathcal{O}(V^3)$. Восстановление пути. Корректность.
- (a) 16. Path. Форд-Беллман за $\mathcal{O}(VE)$ и V^2 памяти. Восстановление пути.
- (a) 17. MST. Алгоритм Краскала без доказательства. Время работы.
- (a) 18. MST. Алгоритм Прима без доказательства. Время работы.
- (a) 19. DSU. Постановка задачи и реализация на списках. Время работы без доказательства.

Жадности и приближенные алгоритмы

- (a) 20. TSP. 2-ОПТ решение.
- (a) 21. Алгоритм Хаффмана, доказательство, реализация кучей за $\mathcal{O}(k \log k)$.
- (a) 22. Жадность. Задачи на сортировку. Способы доказательства – через swap соседних и через выбор первого/последнего элемента с примерами.
- (a) 23. Жадность. Задачи на сортировку. Примеры: непрерывный рюкзак, файлы на ленте, выполнить побольше задач с общим дедлайном, *башня из спортсменов*.
- (a) 24. Рюкзаки. Формулировки: partition, balanced partition, knapsack, bin packing.
- (a) 25. Рюкзаки. В предположении NP-трудности partition показываем трудность balanced partition, knapsack, bin packing.
- (a) 26. Partition. Жадное решение (без оценки).

(a) 27. Set Cover. $\ln(n)$ -приближение. Решения без доказательства.

Центроиды

(a) 28. Центроидная декомпозиция: построение за $\mathcal{O}(n \log n)$ времени, $\mathcal{O}(n)$ памяти.

Забывтое

(a) 29. NP. ILP. Формулировка. NP-полнота.