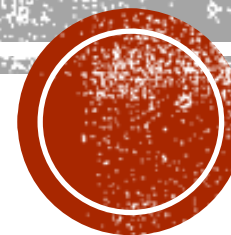


# ПОИСК ПОДСТРОК ЧАСТЬ 2

Префикс функция  
ДКА















































































# ВЫЧИСЛЕНИЕ И АНАЛИЗ СЛОЖНОСТИ

BuildP(T)

$i = 0, j = 0$

while  $i < n$ :

  if  $T[i] = P[j]$ :

$pi[i+1] = j + 1$

$i++, j++$

  else:

    if  $j > 0$ :

$j = pi[j]$

    else:

$pi[i+1] = 0$

$i++$

Анализ переменных цикла while:

1. Либо увеличались  $i$  и  $j$  на единицу
2. Либо уменьшилось  $j$  минимум на единицу
3. Либо увеличилось  $i$  на единицу

Анализ цикла while на следующем слайде

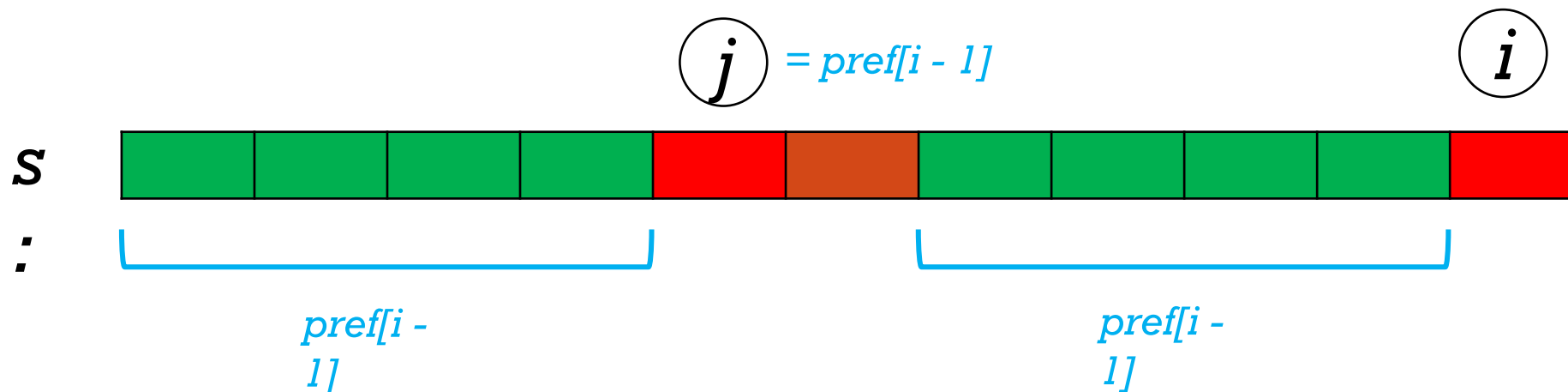
- **Асимптотика:**  $O(n)$



# ХОТИМ ИЗБАВИТЬСЯ ОТ ЯВНОГО СРАВНЕНИЯ СТРОК

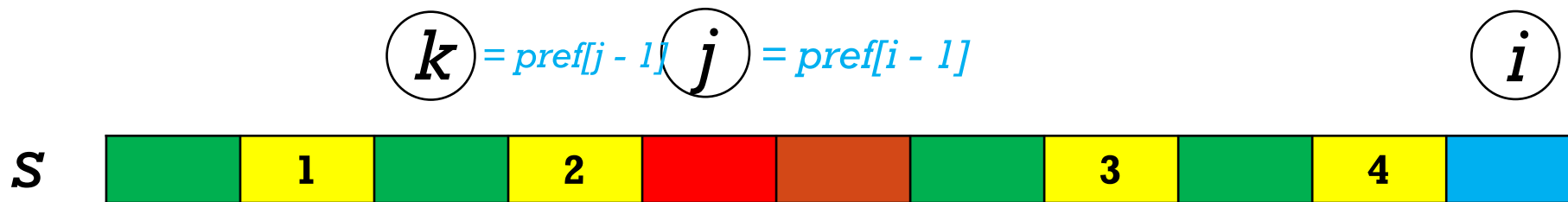
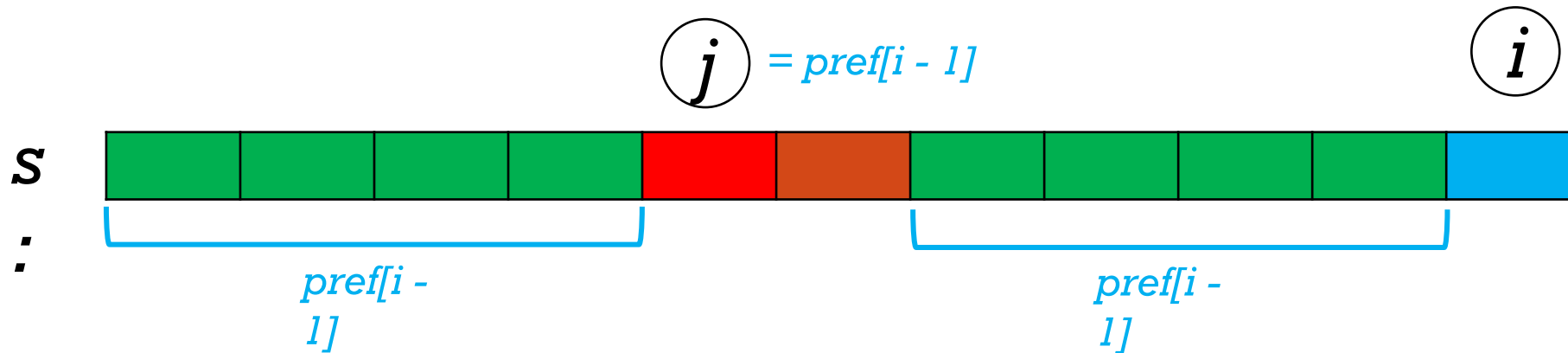
Пользуемся методом ДП и попробуем пересчитать  $pref[i]$  через предыдущие значения

- Если  $s[i] == s[pref[i - 1]]$ , то  $pref[i] = pref[i - 1] + 1$



- Пусть  $s[i] \neq s[\text{pref}[i - 1]]$

Тогда необходимо найти префикс наибольшей длины  $k$  такой, что для него выполняется префикс-свойство и  $s[k] == s[i]$ , либо сказать, что такого нет, и поставить  $\text{pref}[i] = 0$



$2 == 4$  (как части одинаковых подстрок)

$1 == 2$  (потому что является ее преф-функцией)

$\Rightarrow 1 == 4$



```
string s;  
vector<int> pref(n, 0);  
for (int pos = 1 ... n) // перебираем индекс в префикс-функции за  
{                                $O(n)$   
    int k = pref[pos - 1];  
    while (s[pos] != s[k] and k > 0) ] // сколько-то раз  
    {                               уменьшаемся  
        k = pref[k - 1];  
    }  
    if (s[pos] == s[k])  
    {  
        pref[pos] = k + 1; // возможно 1 раз прибавляем  
    }  
}
```



# ЗА СКОЛЬКО ЭТО РАБОТАЕТ?

```
string s;  
vector<int> pref(n, 0);  
for (int pos = 1 ... n)  
{  
    int k = pref[pos - 1];  
    while (s[pos] != s[k] and k > 0)  
    {  
        k = pref[k - 1];  
    }  
    if (s[pos] == s[k])  
    {  
        pref[pos] = k + 1;  
    }  
}
```

За  **$O(n)$**

Рассмотрим другую задачу:

- изначально  $x = 0$
- $n$  действий вида  $x + 1 - \langle \text{что-то} \rangle$   
 $0 \rangle$
- в каждый момент времени  $x \geq 0$

**Вопрос:** сколько раз мы сможем  
что-то вычесть?  
**Ответ:**  $\leq n$  раз

Теперь заметим, что  $x$   
пересчитывается так же, как  
значение префикс функции в  
нашем алгоритме





# ВЫЧИСЛЕНИЕ И АНАЛИЗ СЛОЖНОСТИ

- В цикле `while` у нас нет ситуации, при которой бы не изменилось значение  $i$  или  $j$ . На каждой итерации цикла у нас как минимум меняется значение одного из итераторов
- Так как  $i$  не уменьшается, то максимальное количество раз, которое мы можем увеличить  $i$  равняется  $n$
- Из этого следует, что затормозить цикл может только  $j$
- Максимально  $j$  может уменьшаться на длину подстроки. Поэтому самый худший случай – уменьшение  $j$  на 1
- Цикл `while` либо увеличивает  $i$  на 1, либо оставляет неизменным столько раз, сколько было до этого шага совпадений, где за количество совпадений и отвечает  $j$
- Пусть на какой-то итерации было  $k$  совпадений, тогда  $i$  увеличилось на  $k$ ,  $j$  стало равно  $k$
- Так как мы рассматриваем худший случай, то после этой итерации у нас не будет совпадений по префиксу и суффиксу  $k$  итераций



# ВЫЧИСЛЕНИЕ И АНАЛИЗ СЛОЖНОСТИ

- Тогда  $j$  уменьшится на  $k$ , а  $i$  останется неизменным
- В результате рассмотрения данной подстроки за  $k$  итераций  $i$  увеличилось на  $k$ , затем за  $k$  итераций  $j$  уменьшилось на  $k$  и стало равно 0
- Тогда на данную подстроку ушло  $2k$  итераций
- Так как  $i$  у нас ограничено  $n$ , то максимум  $i$  увеличиться на  $n$ , а так как в худшем случае  $j$  остается неизменным
- столько раз, сколько до этого было совпадений, то  $j$  уменьшится на это же количество, то есть на длину рассматриваемой подстроки => в сумме  $j$  будет уменьшаться  $n$  раз
- А значит всего итераций в худшем случае будет  $\leq 2n$  и следовательно сложность данного цикла  $O(2n) = O(n)$



**АЛГОРИТМ**

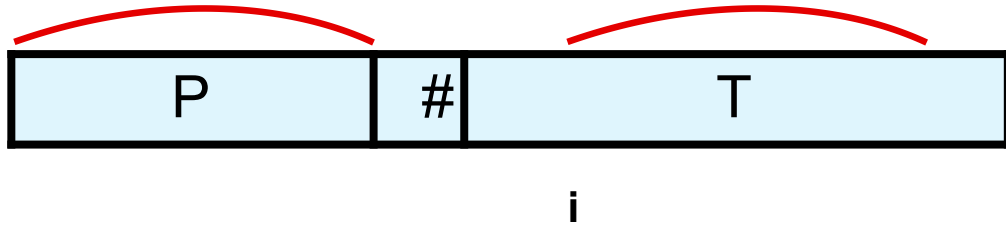
**КНУТА - МОРРИСА - ПРАТТА!**



# ПОИСК ПОДСТРОКИ В СТРОКЕ

Ищем шаблон  $P$  в тексте  $T$

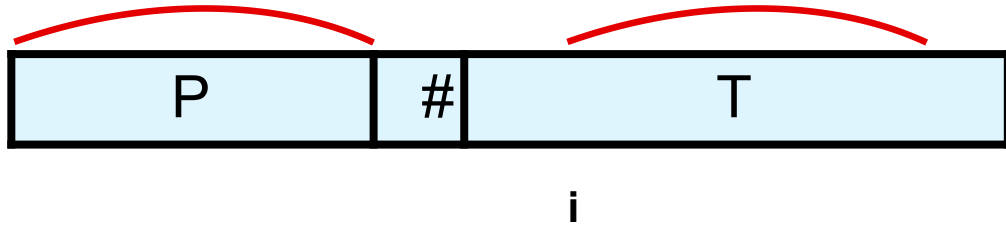
- **префикс-функция** хорошо ищет префиксы в строке
- Вычислим **префикс-функцию** для  $P\#T$



# ПОИСК ПОДСТРОКИ В СТРОКЕ

Ищем шаблон  $P$  в тексте  $T$

- префикс-функция хорошо ищет префиксы в строке
- Вычислим префикс-функцию для  $P\#T$



(-) сложность по времени  $O(P+T)$

(-) сложность по доп памяти  $O(P+T)$



# **ОПТИМИЗАЦИЯ ДЛЯ КНУТА - МОРРИСА - ПРАТТА!**



# АЛГОРИТМ КНУТА-МОРРИСА-ПРАТТА

**KMP\_Matcher(T, P):**

BuildP(P)

$i = 0, j = 0$

$n = T.length, m = P.length$

while  $i < n \ \&\& \ j < m$ :

if  $T[i] = P[j]$ :

$i++, j++$

else:

if  $j > 0$ :

$j = pi[j]$

else:

$i++$

if  $j == m$ :

return  $i - m$

else:

return -1

Предподсчет префикс-функции для паттерна  
Работает за длину паттерна:  $O(m)$

Нахождение паттерна в тексте  
Работает за  $O(n)$

Итоговая асимптотика:  
 $O(n+m)$



# АЛГОРИТМ КМП, РЕАЛТАЙМ

Иногда текст очень большой, и не хочется тратить  $|T|$  памяти. Вспомним, как считали префикс-функцию:

- Поддерживаем  $k$  — текущую максимальную длину префикса, совпадающего с суффиксом
- На  $i$ -м шаге уменьшаем  $k$  по формуле  $k := pi[k-1]$ , пока не окажется  $S[k] = S[i]$
- Если не повезло,  $pi[i] = 0$ . Иначе  $pi[i] = ++k$
- Нам лишь важно отловить  $i$ , для которых  $pi[i] = |P|$
- Достаточно хранить  $pi$  лишь для  $i=0..|P|-1$





# АЛГОРИТМ КМП, РЕАЛТАЙМ

P	a	b	a	c	a
pi	0	0	1	0	1

k = 0

Ответ

:

T



# АЛГОРИТМ КМП, РЕАЛТАЙМ

P 

a	b	a	c	a
---	---	---	---	---

  
pi 

0	0	1	0	1
---	---	---	---	---

$T[0] = P[0]$

$k = 0 \rightarrow 1$

Ответ:

T 

a
---



# АЛГОРИТМ КМП, РЕАЛТАЙМ

P 

a	b	a	c	a
---	---	---	---	---

  
pi 

0	0	1	0	1
---	---	---	---	---

$T[1] = P[1]$

$k = 1 \rightarrow 2$

Ответ:

T 

a	b
---	---



# АЛГОРИТМ КМП, РЕАЛТАЙМ

P 

a	b	a	c	a
---	---	---	---	---

  
pi 

0	0	1	0	1
---	---	---	---	---

$T[2] = P[2]$

$k = 2 \rightarrow 3$

Ответ:

T 

a	b	a
---	---	---



# АЛГОРИТМ КМП, РЕАЛТАЙМ

P 

a	b	a	c	a
---	---	---	---	---

  
pi 

0	0	1	0	1
---	---	---	---	---

T 

a	b	a	b
---	---	---	---

$T[3] \neq P[3]$

$k = 3 \rightarrow pi[k-1] = 1$

Ответ:



# АЛГОРИТМ КМП, РЕАЛТАЙМ

P	a	b	a	c	a
pi	0	0	1	0	1

$T[3] \neq P[3]$

$k = 3 \rightarrow pi[k-1] = 1$

Ответ:

T	a	b	a	b
---	---	---	---	---



# АЛГОРИТМ КМП, РЕАЛТАЙМ

P 

a	b	a	c	a
---	---	---	---	---

  
pi 

0	0	1	0	1
---	---	---	---	---

$T[3] = P[1]$

$k = 1 \rightarrow 2$

Ответ:

T 

a	b	a	b
---	---	---	---



# АЛГОРИТМ КМП, РЕАЛТАЙМ

P 

a	b	a	c	a
---	---	---	---	---

  
pi 

0	0	1	0	1
---	---	---	---	---

T 

a	b	a	b	a
---	---	---	---	---

$T[4] = P[2]$

$k = 2 \rightarrow 3$

Ответ:





# АЛГОРИТМ КМП, РЕАЛТАЙМ

P 

a	b	a	c	a
---	---	---	---	---

  
pi 

0	0	1	0	1
---	---	---	---	---

$T[5] = P[3]$

$k = 3 \rightarrow 4$

Ответ:

T 

a	b	a	b	a	c
---	---	---	---	---	---



# АЛГОРИТМ КМП, РЕАЛТАЙМ

P 

a	b	a	c	a
---	---	---	---	---

  
pi 

0	0	1	0	1
---	---	---	---	---

T 

a	b	a	b	a	c	a
---	---	---	---	---	---	---

$$T[6] = P[4]$$

$$k = 4 \rightarrow 5 = |P|$$

$$\text{Ответ: } 6 - |P| + 1 = 2$$



# АЛГОРИТМ КМП, РЕАЛТАЙМ

P 

a	b	a	c	a
---	---	---	---	---

  
pi 

0	0	1	0	1
---	---	---	---	---

T 

a	b	a	b	a	c	a
---	---	---	---	---	---	---

$$T[6] = P[4]$$

$$k = 4 \rightarrow 5 = |P|$$

$$\text{Ответ: } 6 - |P| + 1 = 2$$



# АЛГОРИТМ КМП, РЕАЛТАЙМ

P 

a	b	a	c	a
---	---	---	---	---

  
pi 

0	0	1	0	1
---	---	---	---	---

$$T[6] = P[4]$$

$$k = 4 \rightarrow 5 = |P|$$

$$\text{Ответ: } 6 - |P| + 1 = 2$$

T 

a	b	a	b	a	c	a
---	---	---	---	---	---	---

Итого:

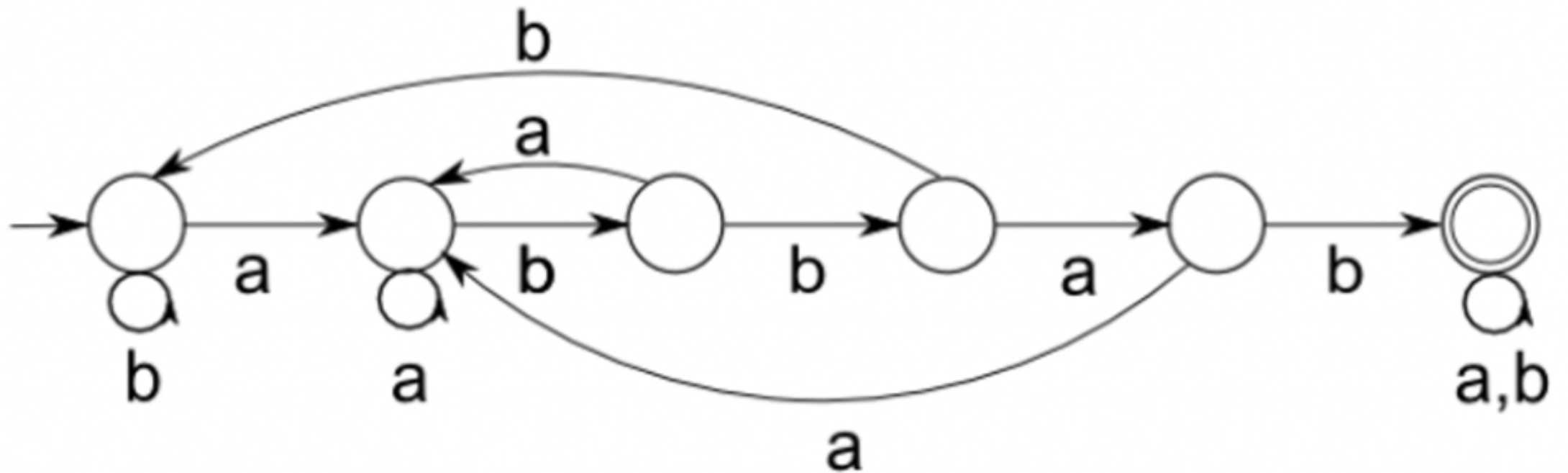
- $O(|P|)$  памяти, столько же времени на подсчёт
- $O(|T|)$  времени на весь текст
- Может быть  $O(|P|)$  времени на обработку одного символа



**ДКА**



# ПРИМЕР



# ДКА: ОПРЕДЕЛЕНИЕ

- Конечный автомат  $M$ :
- $Q$  - конечное множество состояний
- $q_0 \in Q$  - начальное состояние
- $T \subseteq Q$  - множество допускающих состояний
- $\Sigma$  - конечный входной алфавит
- $\delta$  - функция переходов автомата:  $Q \times \Sigma \rightarrow Q$



# ДКА: ОПРЕДЕЛЕНИЕ

- Конечный автомат  $M$ :
- $Q$  - конечное множество состояний
- $q_0 \in Q$  - начальное состояние
- $T \subseteq Q$  - множество допускающих состояний
- $\Sigma$  - конечный входной алфавит
- $\delta$  - функция переходов автомата:  $Q \times \Sigma \rightarrow Q$

(производит переход из одного состояния в другое засчет перехода по соответствующему символу из  $\Sigma$ )





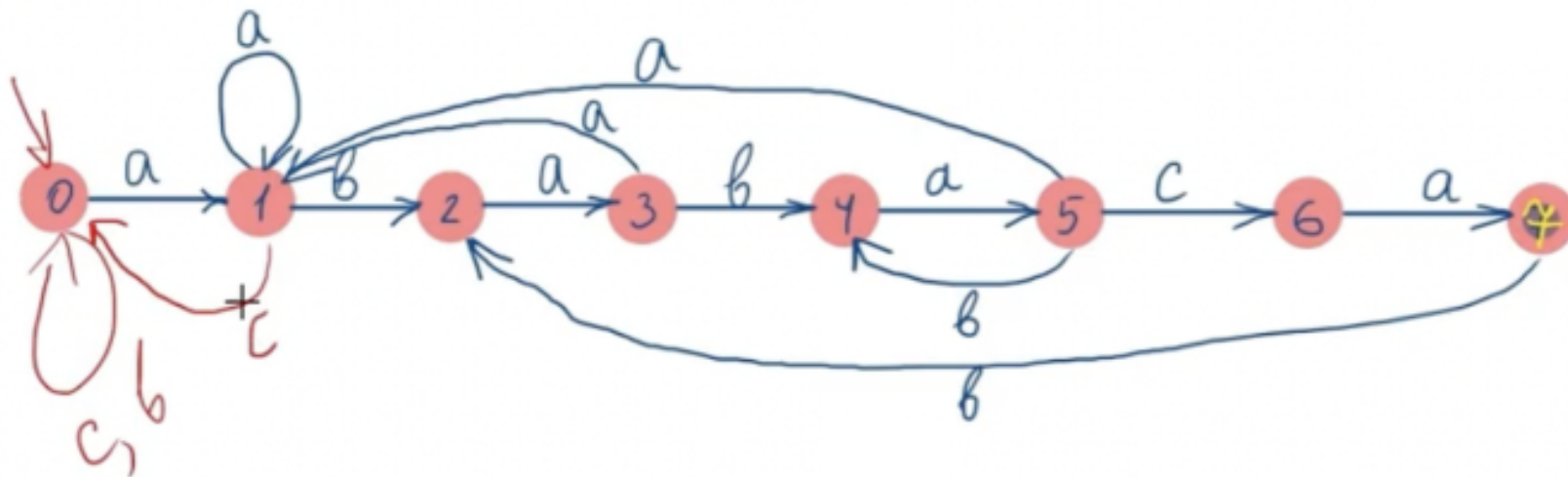
# ДКА: ОПРЕДЕЛЕНИЕ

- Конечный автомат  $M$ :
- $Q$  - конечное множество состояний
- $q_0 \in Q$  - начальное состояние
- $T \subseteq Q$  - множество допускающих состояний
- $\Sigma$  - конечный входной алфавит
- $\delta$  - функция переходов автомата:  $Q \times \Sigma \rightarrow Q$   
(производит переход из одного состояния в другое за счет перехода по соответствующему символу из  $\Sigma$ )
- Как работает: начинает в  $q_0$  и считывает символы по одному и при попадании в  $q_i$  из  $T$  - нашли подстроку!



# КОНЕЧНЫЙ АВТОМАТ: ОПРЕДЕЛЕНИЕ

- $\phi$  - функция конечного состояния  $\Sigma^* \rightarrow Q$ :  
 $\phi(\omega)$  состояние, в котором оказывается автомат  $M$  после сканирования  $\omega$ ,  $\omega$  - слово
- $M$  принимает  $\omega$ , если  $\phi(\omega) \in T$

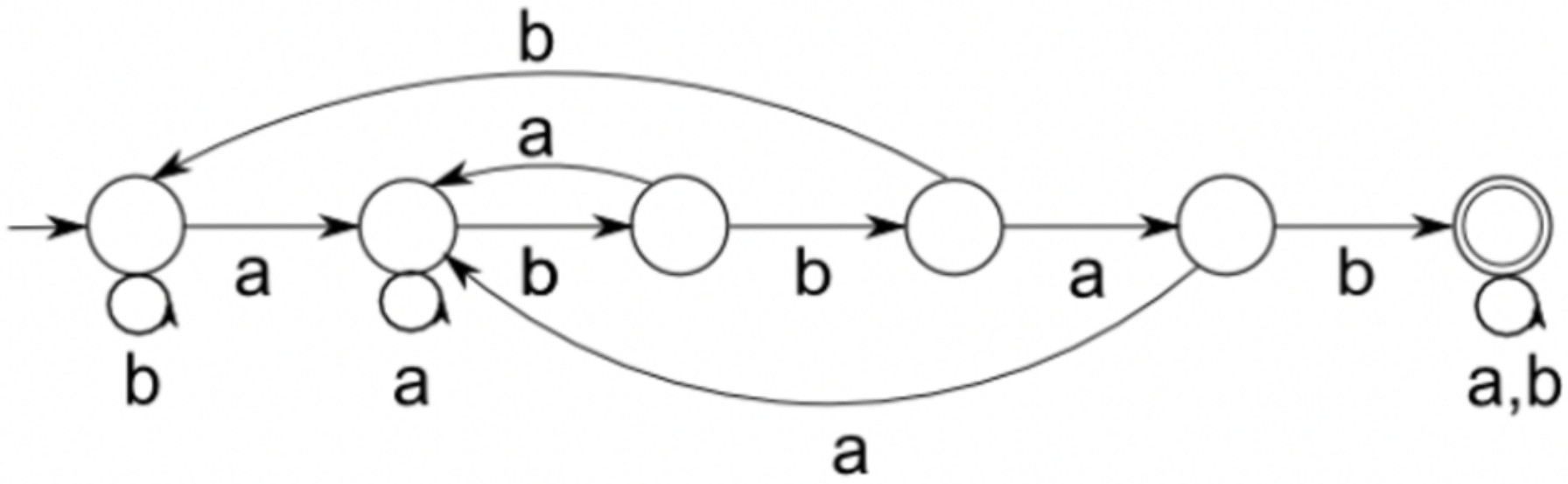


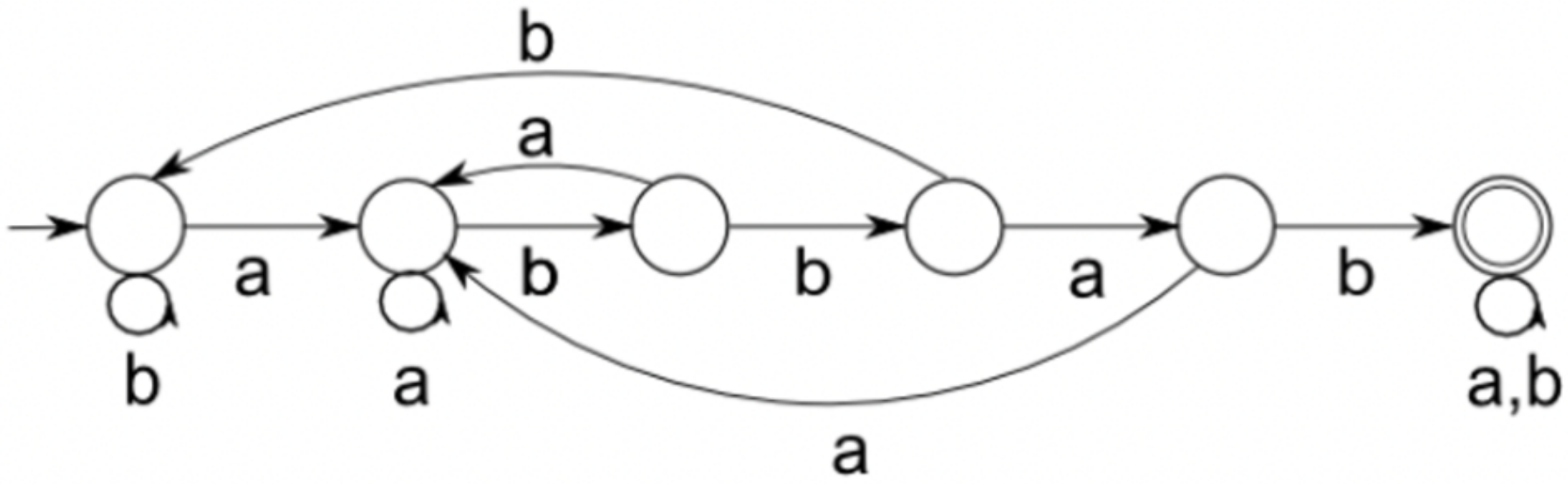
*\*из всех вершин есть возможность перейти по ВСЕМ символам алфавита. Здесь для уменьшения объема графа не показаны переходы по каждому неучтенному символу в начальное состояние*

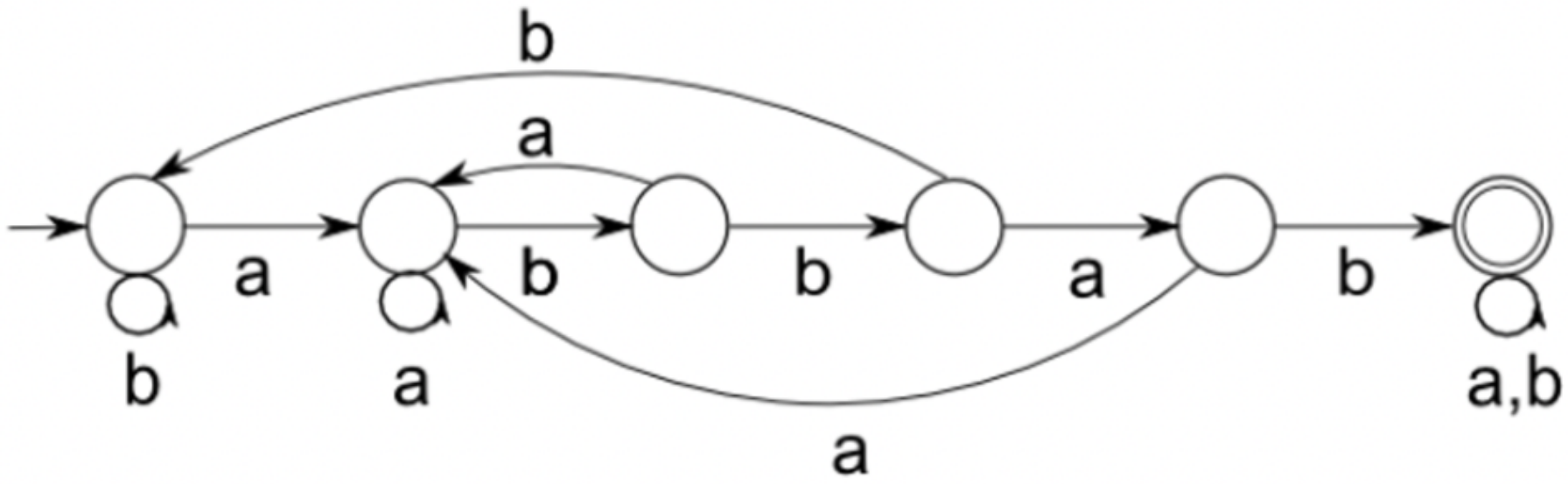


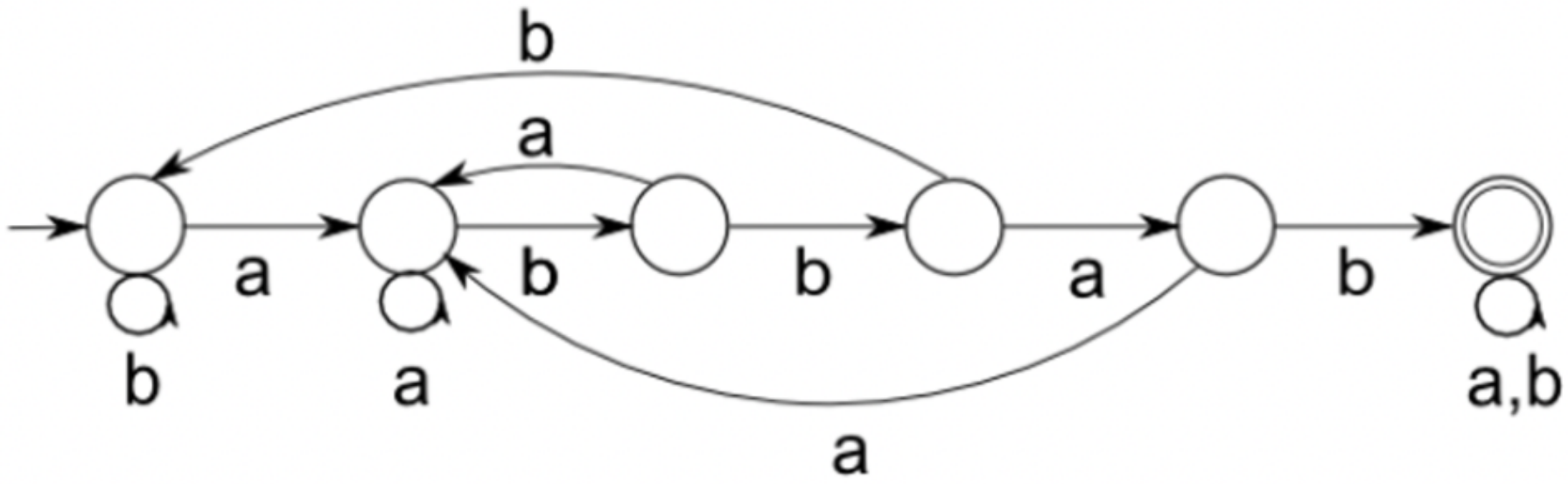
**КАК ХРАНИМ  
ДКА ?**

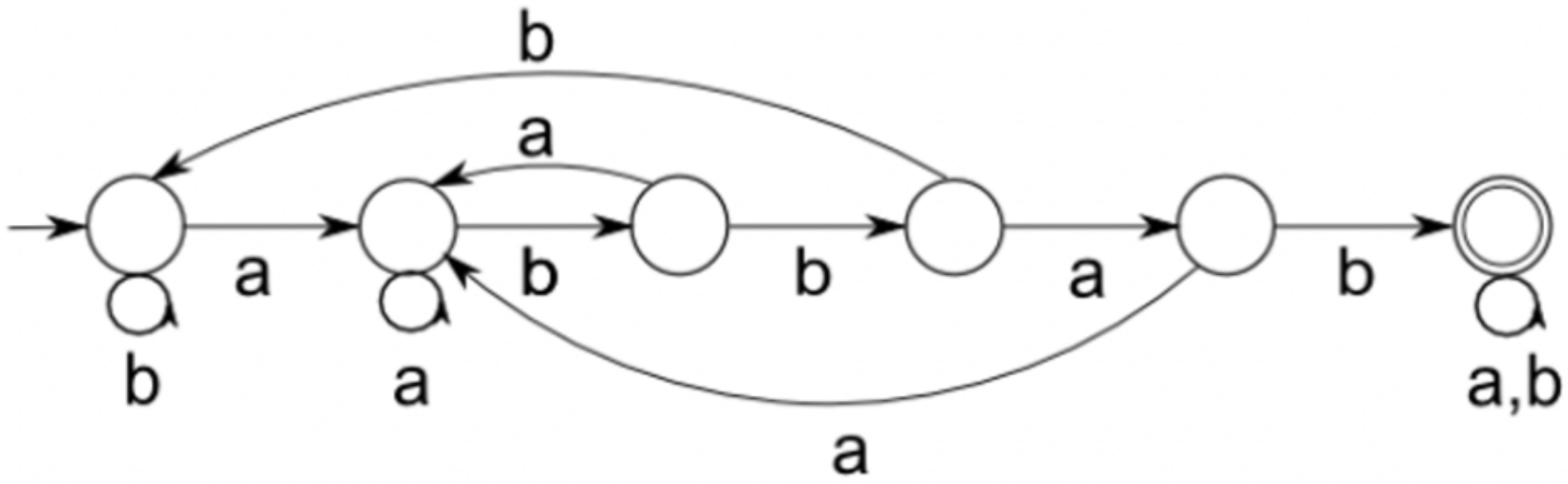




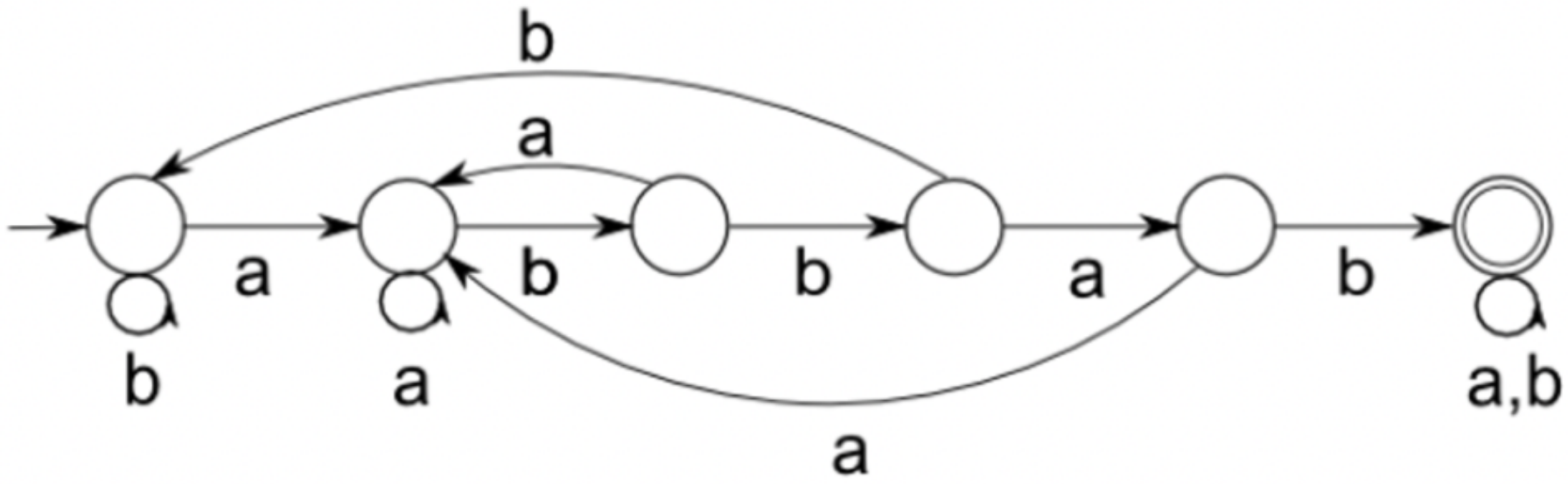


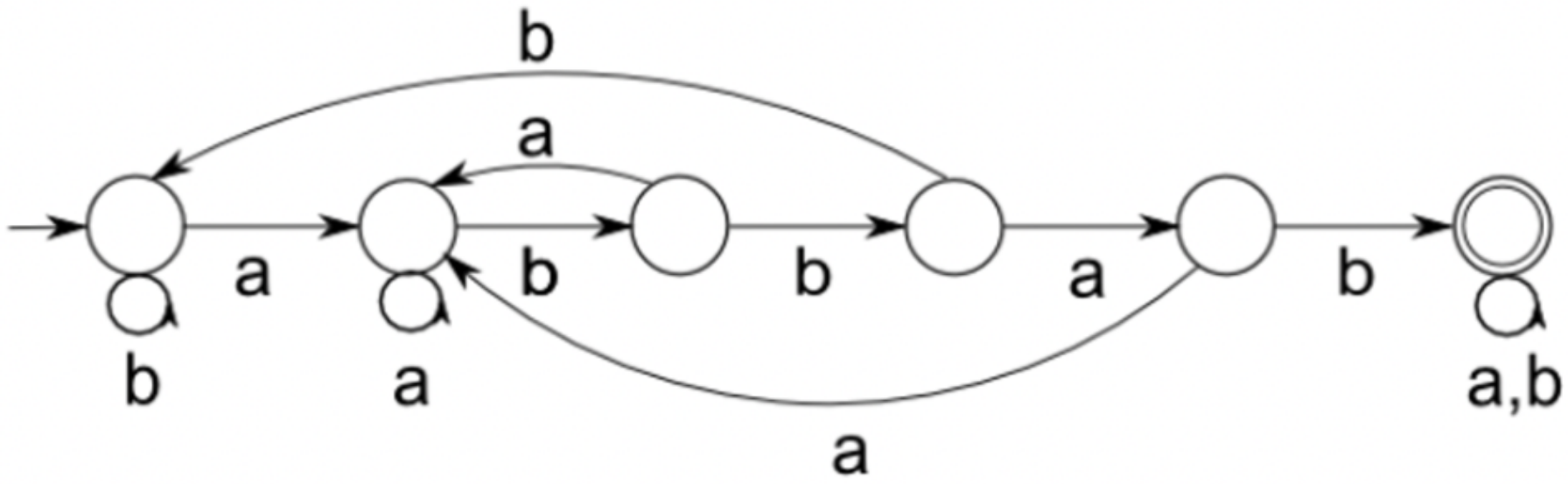


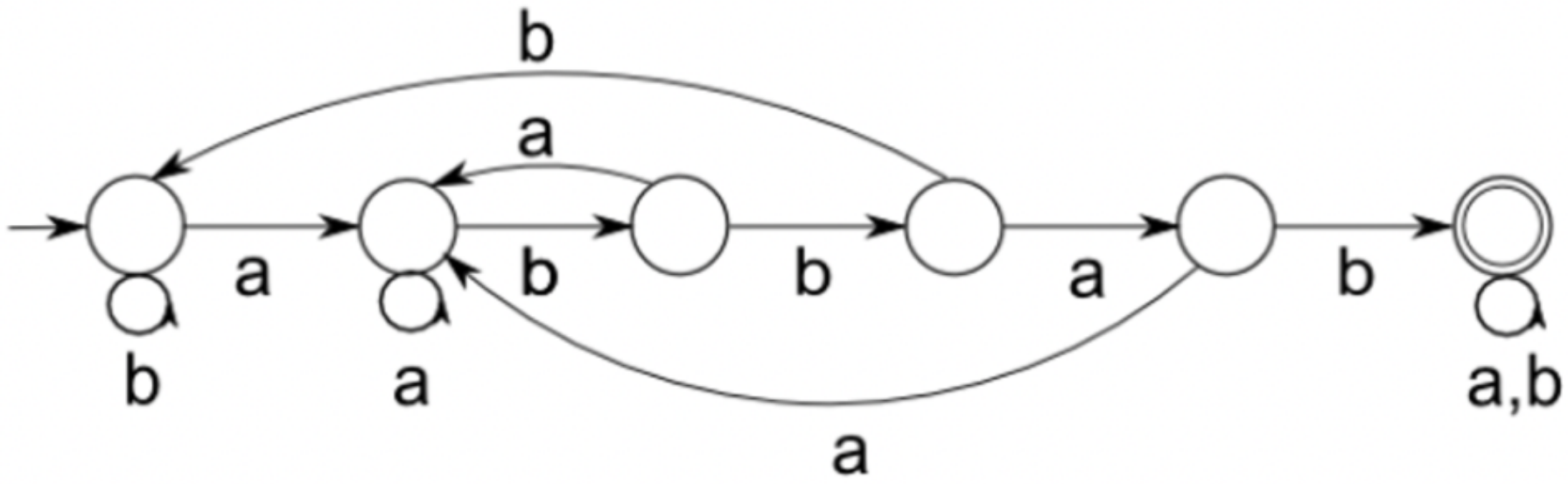


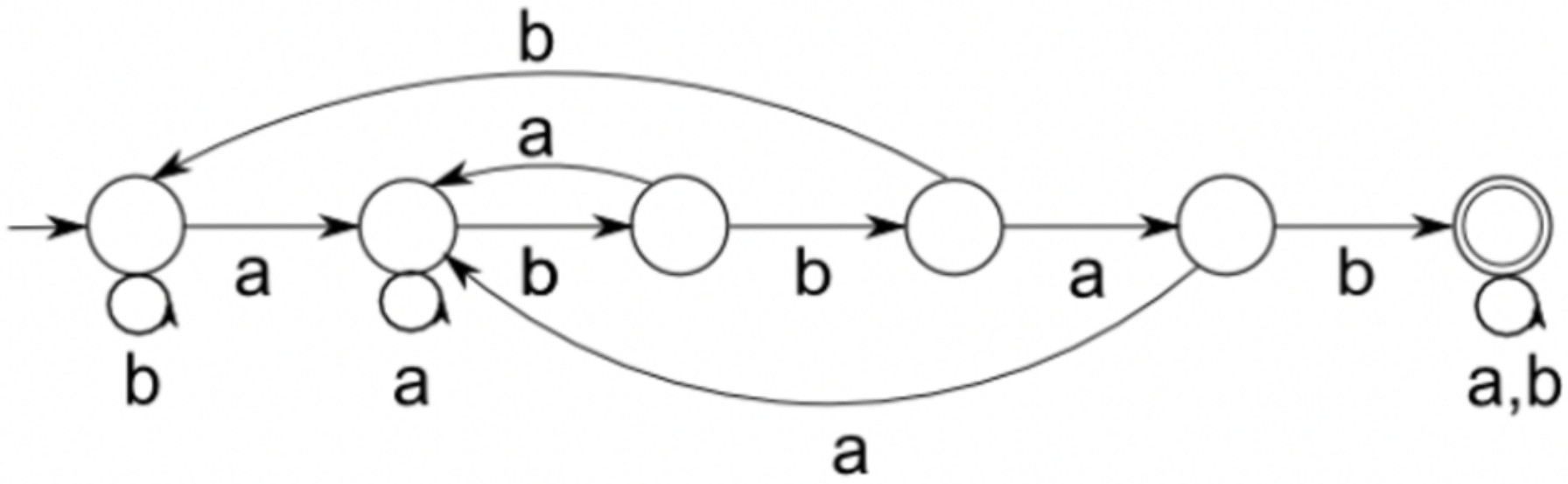


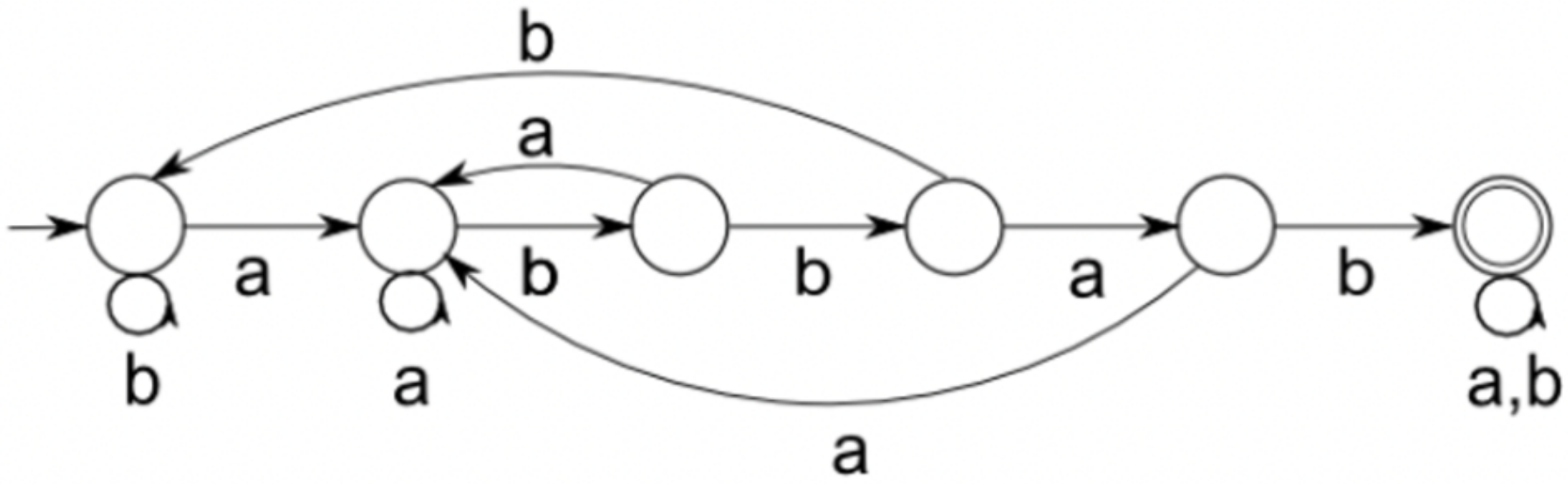


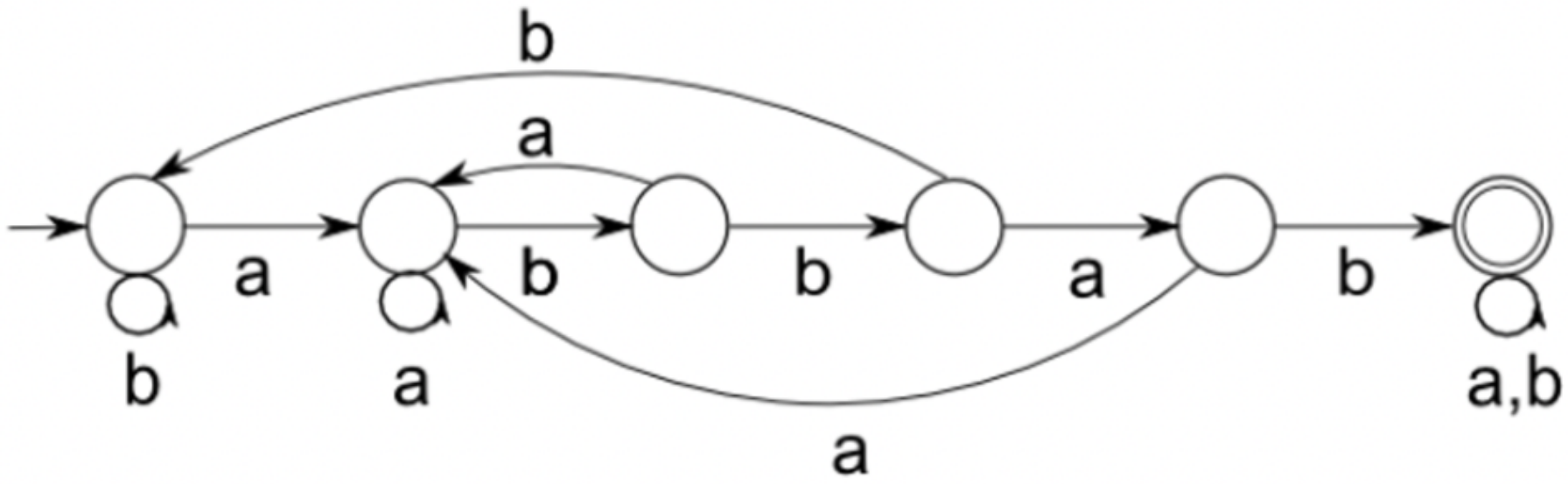


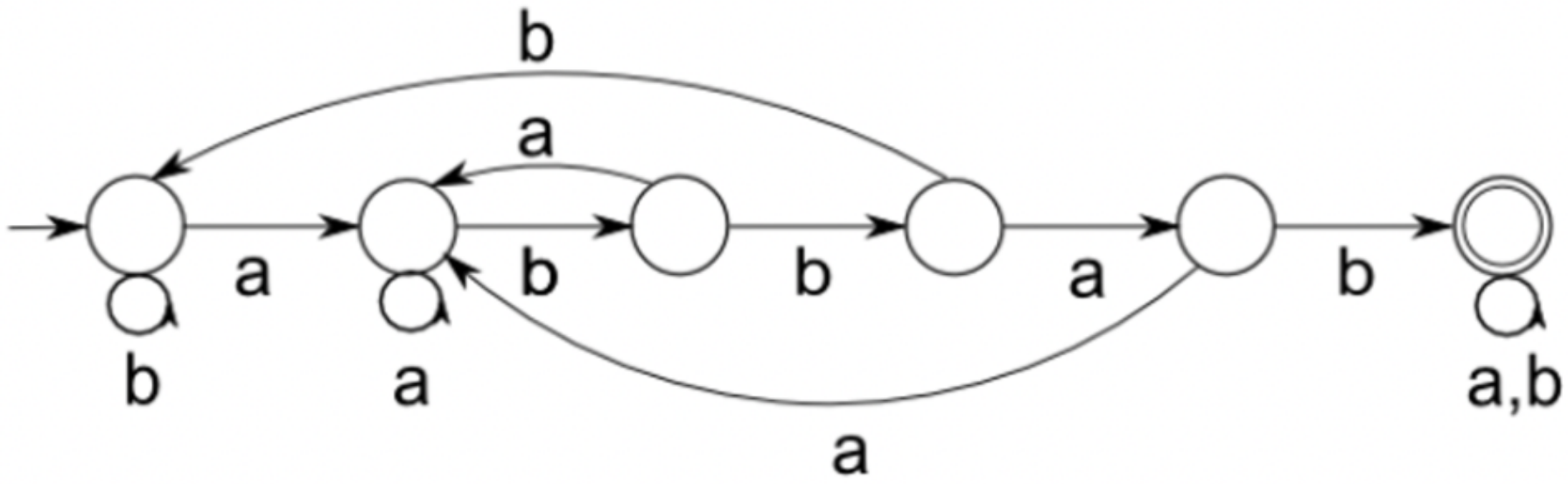


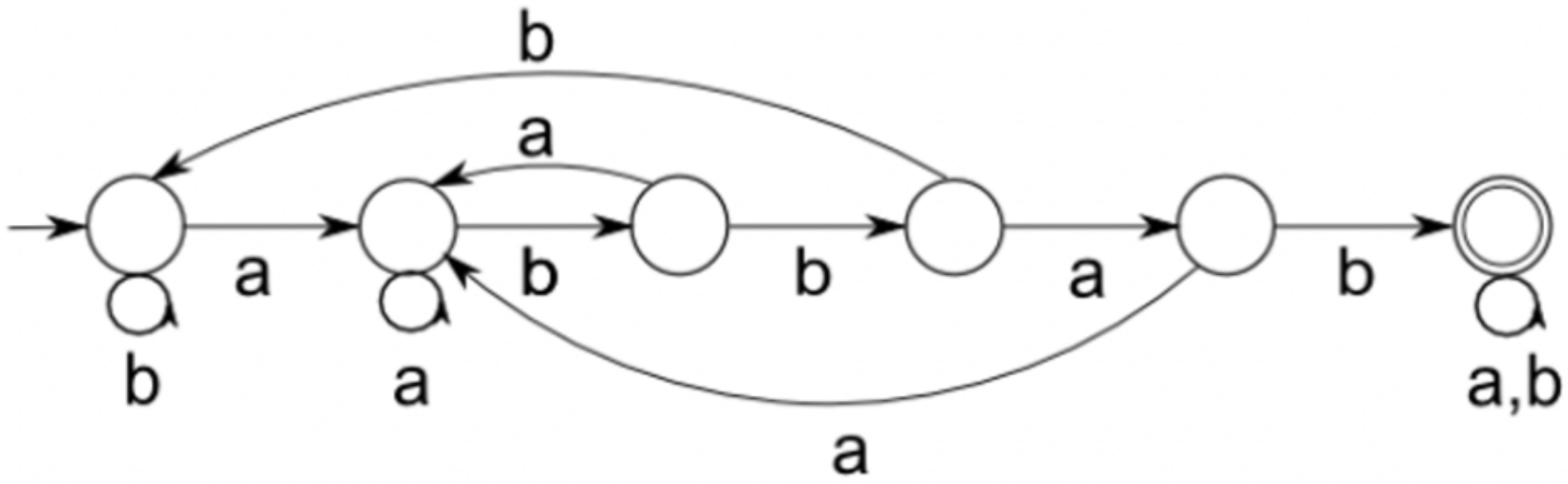






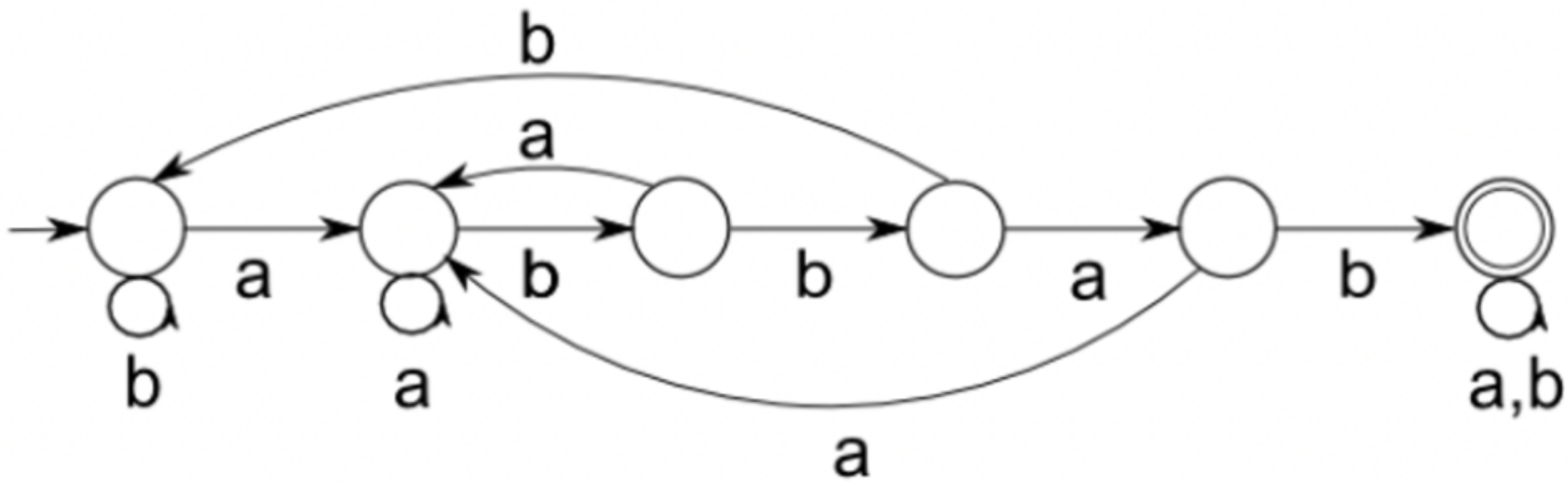


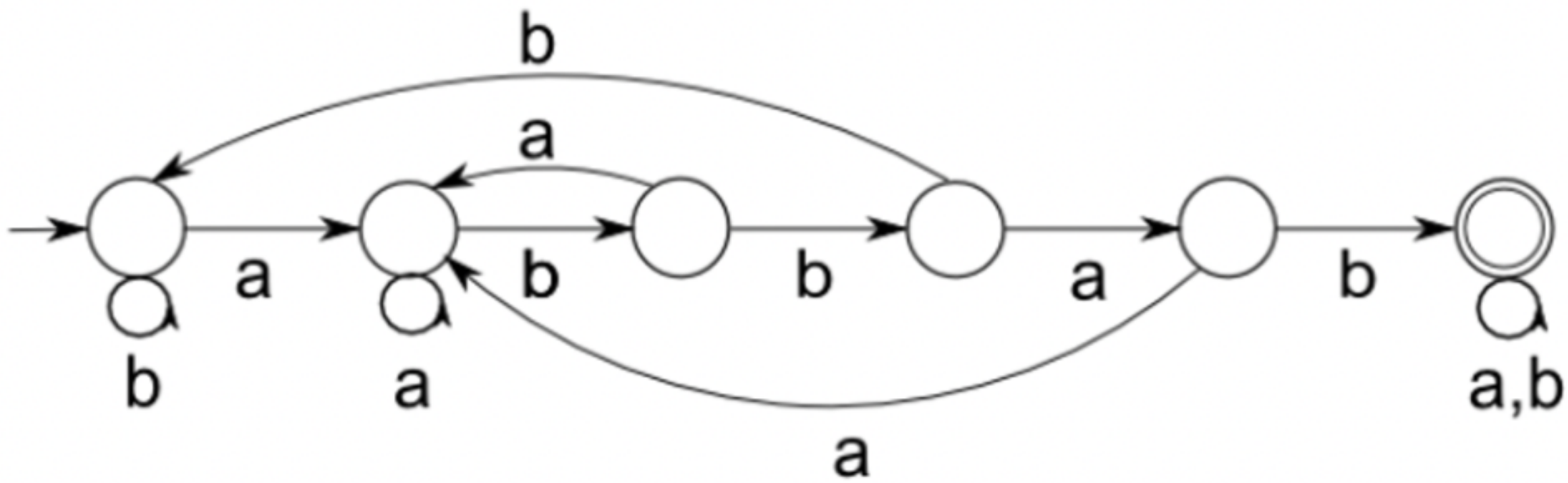


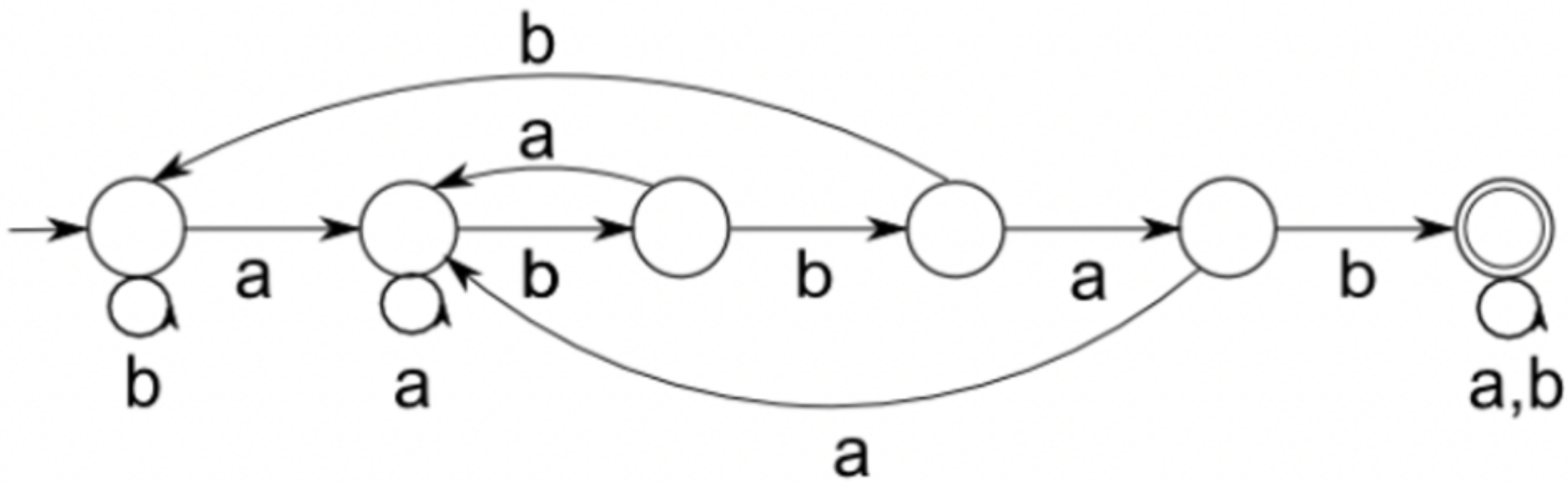


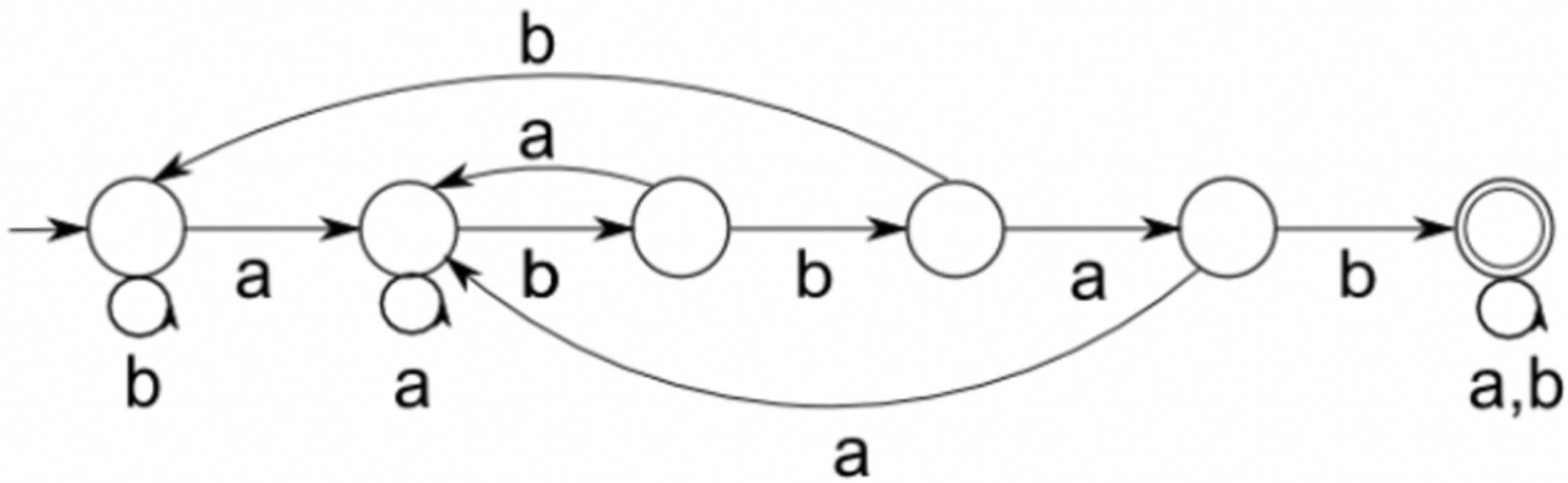


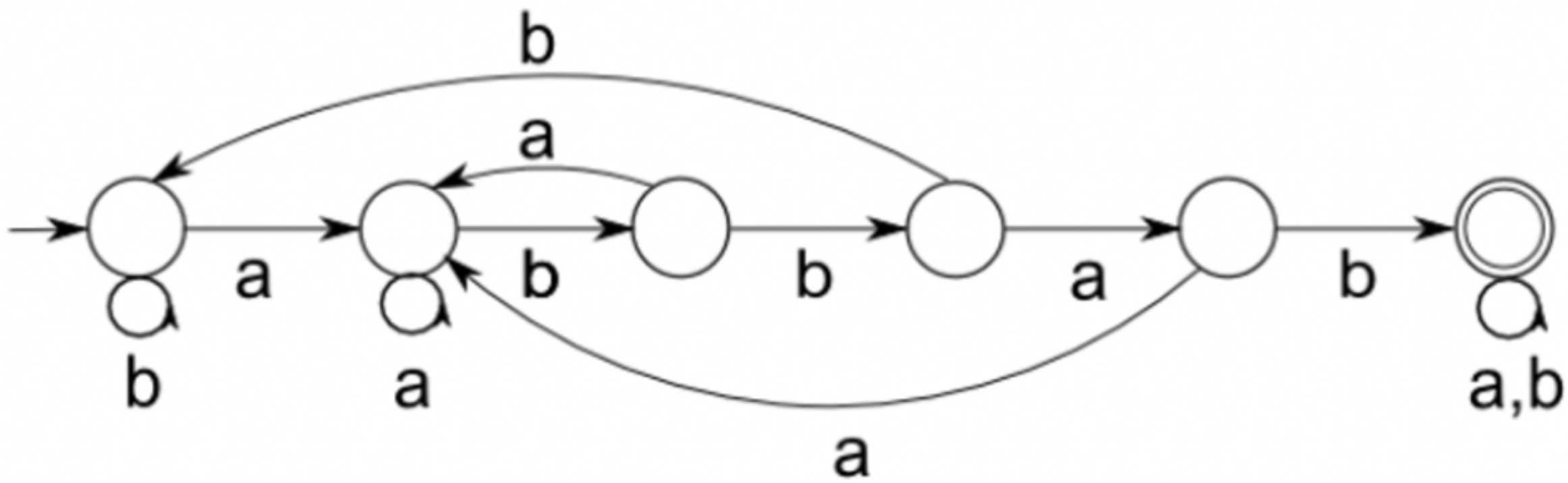


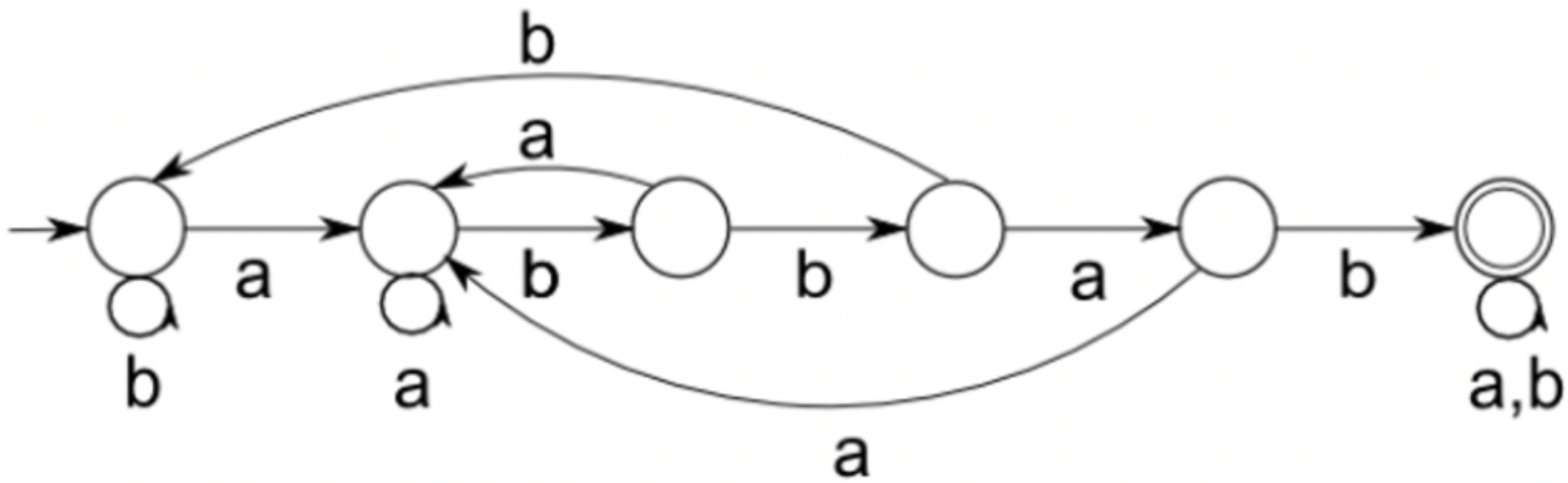












**ПОСТРОЕНИЕ  
ДКА  
ПО ПАТТЕРНУ**





# ПРИМЕР СОЗДАНИЯ АВТОМАТА ДЛЯ СБОРКИ-ОБРАЗЦА:

- $P = ababaca$

- Префикс функции  $\pi =$

	a	b	a	b	a	c	a
-	0	0	1	2	3	0	1



# ПРИМЕР СОЗДАНИЯ АВТОМАТА ДЛЯ СБОРКИ-ОБРАЗЦА:

- $P = \mathbf{ababaca}$
- Префикс функции  $\pi =$

	a	b	a	b	a	c	a
-	0	0	1	2	3	0	1
0	1	2	3	4	5	6	7

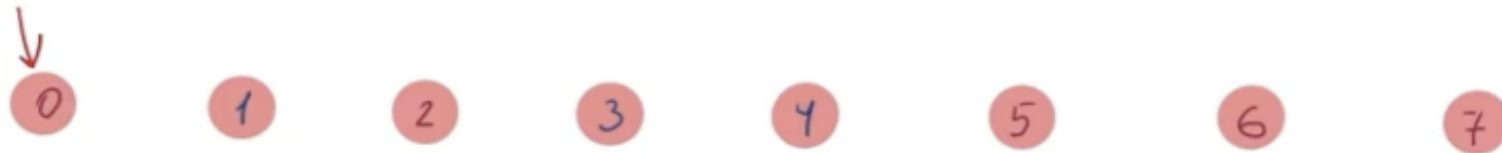


# ПРИМЕР СОЗДАНИЯ АВТОМАТА ДЛЯ СБОРКИ-ОБРАЗЦА:

- $P = ababaca$
- Префикс функции  $\pi =$

	a	b	a	b	a	c	a
-	0	0	1	2	3	0	1
0	1	2	3	4	5	6	7

- Первоначальное представление автомата:

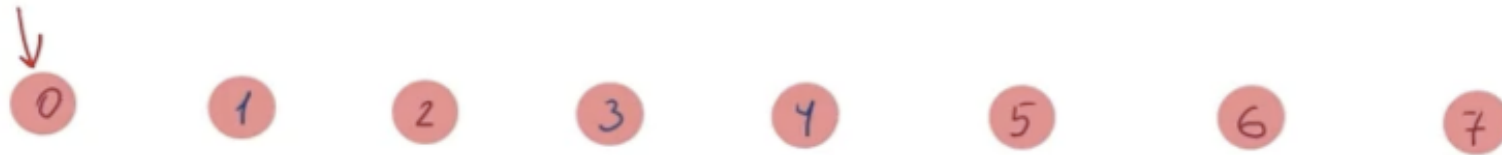


# ПРИМЕР СОЗДАНИЯ АВТОМАТА ДЛЯ СБОРКИ-ОБРАЗЦА:

- $P = \mathbf{ababaca}$
- Префикс функции  $\pi =$

	a	b	a	b	a	c	a
-	0	0	1	2	3	0	1
0	1	2	3	4	5	6	7

- Первоначальное представление автомата:



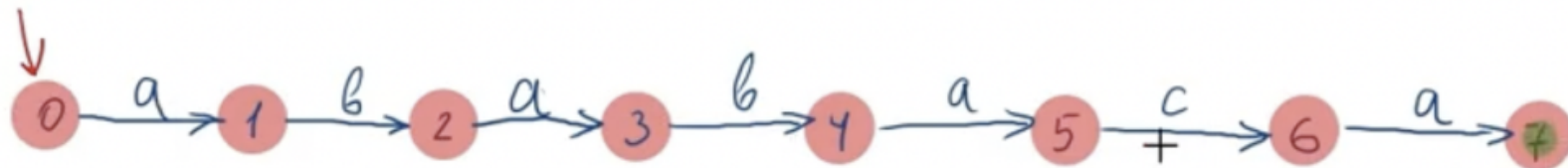
- Теперь необходимо подсчитать функции переходов



# ПОДСЧЕТ ФУНКЦИИ ПЕРЕХОДОВ

- Перед подсчетом функции переходов для каждого состояния, заметим, что у нас уже существует идеальный сценарий, который заключается в следующем:

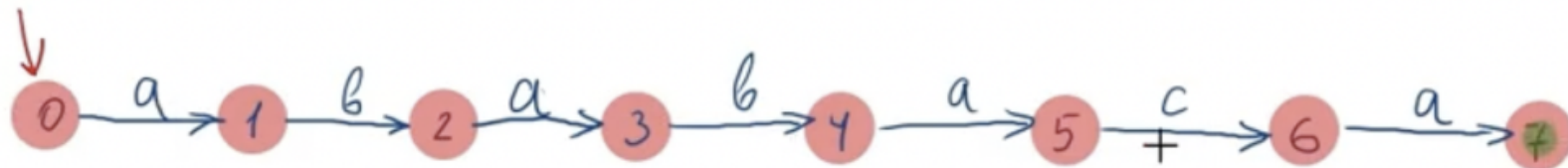
1. Видим **a** - идем в состояние 1
2. Видим **b** - идем в состояние 2
3. Видим **a** - идем в состояние 3
4. Видим **b** - идем в состояние 4
5. Видим **a** - идем в состояние 5
6. Видим **c** - идем в состояние 6
7. Видим **a** - идем в состояние 7



# ПОДСЧЕТ ФУНКЦИИ ПЕРЕХОДОВ

- Перед подсчетом функции переходов для каждого состояния, заметим, что у нас уже существует идеальный сценарий, который заключается в следующем:

1. Видим **a** - идем в состояние 1
2. Видим **b** - идем в состояние 2
3. Видим **a** - идем в состояние 3
4. Видим **b** - идем в состояние 4
5. Видим **a** - идем в состояние 5
6. Видим **c** - идем в состояние 6
7. Видим **a** - идем в состояние 7



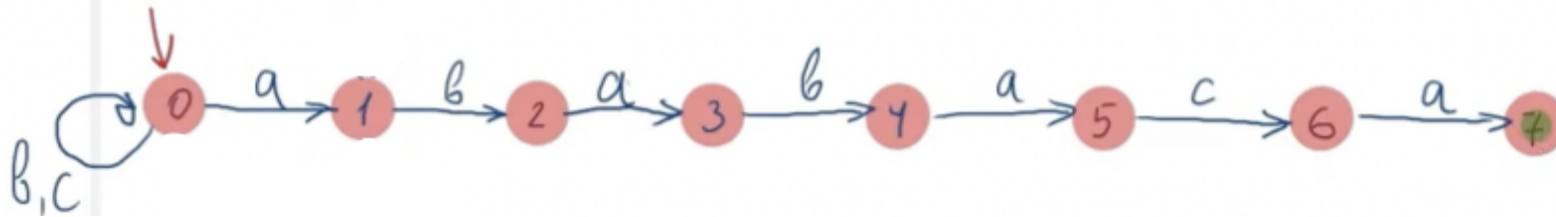
# ПОДСЧЕТ ФУНКЦИИ ПЕРЕХОДОВ

- Предположим, что случилась ситуация, когда мы не увидели символ, позволяющий перейти в следующее состояния, тогда потребуется какой-то другой переход
- Данный переход рассчитывается с помощью префикс-функции, которая была посчитана ранее
- Для расчета требуется просмотреть значение префикс-функции под индексом, который соответствует состоянию, из которого должен произойти переход
- В ходе данного перехода автомат может перейти в любое состояние, предшествующего тому, из которого происходил данный переход
- Значение префикс-функции позволяет в подобных ситуациях не возвращаться каждый раз в нулевое состояния, а переходить в состояние, несущее уже некоторую информацию о части паттерна, который



# ПОДСЧЕТ ФУНКЦИИ ПЕРЕХОДОВ: 0 СОСТОЯНИЕ

- Первоначально нам известно, что из **0** состояния мы можем попасть в **1** состояние пройдя по символу **a**
- Пройдя по символам **b** или **c** автомат останется в начальной(нулевом) состоянии
- Данную информацию мы берем за базу, благодаря которой сможем подсчитать функции переходов для остальных состоян



$$\begin{aligned} \delta(0, a) &= 1 \\ \delta(0, b) &= 0 \quad \text{и т.д.} \quad \delta(0, c) = 0, \dots \end{aligned}$$

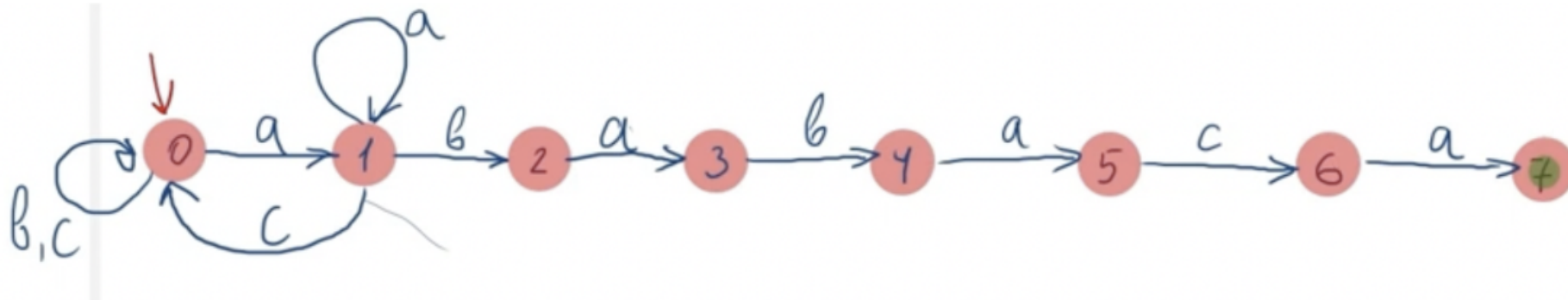




# ПОДСЧЕТ ФУНКЦИИ ПЕРЕХОДОВ: 1 СОСТОЯНИЕ

- Переход из состояния **1** в состояние **2** по символу **b** нам известен:
- Требуется подсчитать функции переходов для символа **a** и **c**:

$$\delta(1, a) = 2$$



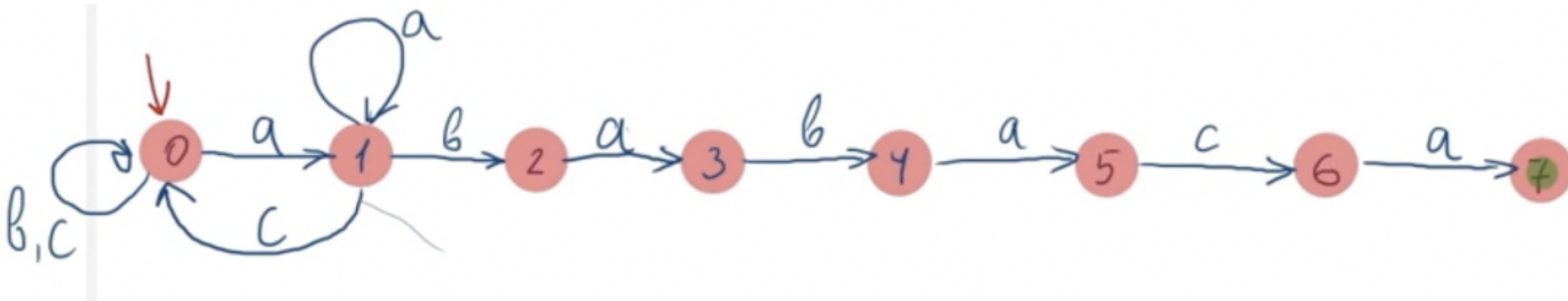
# ПОДСЧЕТ ФУНКЦИИ ПЕРЕХОДОВ: 1 СОСТОЯНИЕ

- Переход из состояния **1** в состояние **2** по символу **b** нам известен:
- Требуется подсчитать функции переходов для символа **a** и **c**:

$$\delta(1, b) = 2$$

$$\delta(1, a) = \delta(\pi_q(1), a) = \delta(0, a) = 1$$

$$\delta(1, c) = \delta(\pi_q(1), c) = \delta(0, c) = 0$$



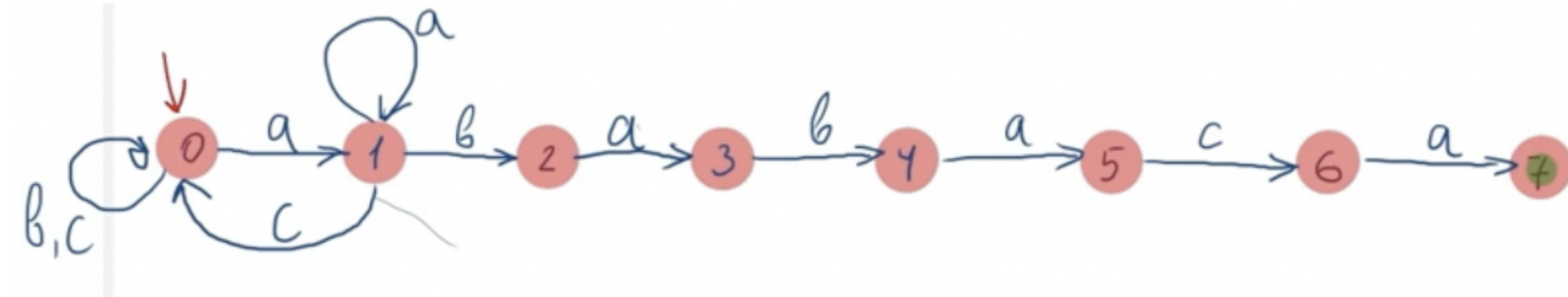
# КАК ВЫЧИСЛЯЕМ ПЕРЕХОДЫ ДЛЯ 1 СОСТОЯНИЯ:

- $P = \mathbf{ababaca}$
- Префикс функции  $\pi =$

	a	b	a	b	a	c	a
-	0	0	1	2	3	0	1
0	1	2	3	4	5	6	7

$$\delta(1, a) = \delta(\pi_q(1), a) = \delta(0, a) = 1$$

$$\delta(1, c) = \delta(\pi_q(1), c) = \delta(0, c) = 0$$



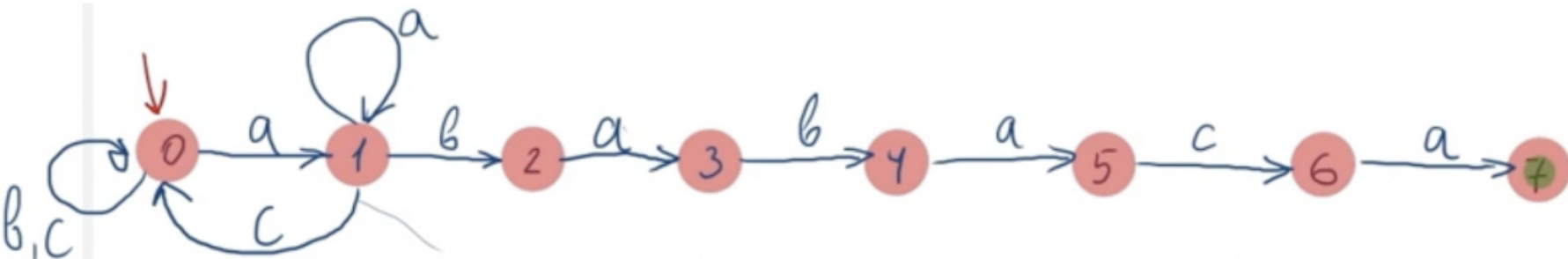
# КАК ВЫЧИСЛЯЕМ ПЕРЕХОДЫ ДЛЯ 1 СОСТОЯНИЯ:

- $P = \mathbf{ababaca}$
- Префикс функции  $\pi =$

	a	b	a	b	a	c	a
-	0	0	1	2	3	0	1
0	1	2	3	4	5	6	7

$$\delta(1, a) = \delta(\pi_q(1), a) = \delta(0, a) = 1$$

$$\delta(1, c) = \delta(\pi_q(1), c) = \delta(0, c) = 0$$



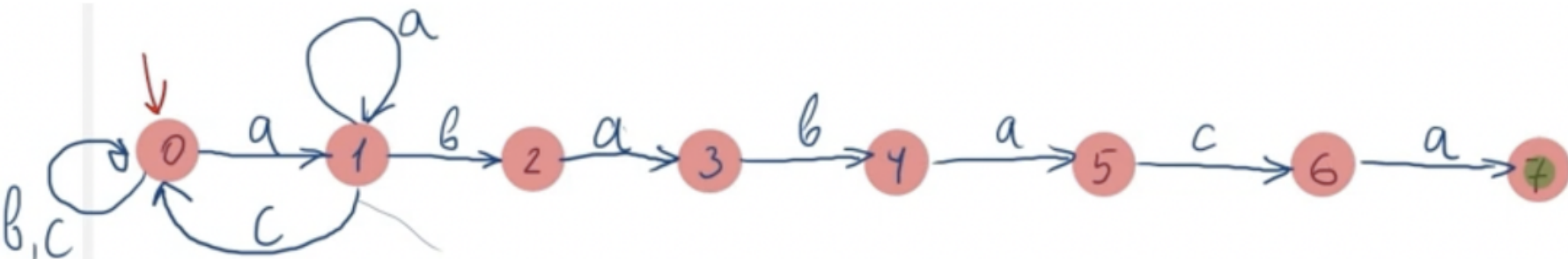
# КАК ВЫЧИСЛЯЕМ ПЕРЕХОДЫ ДЛЯ 1 СОСТОЯНИЯ:

- $P = \mathbf{ababaca}$
- Префикс функции  $\pi =$

	a	b	a	b	a	c	a
-	0	0	1	2	3	0	1
0	1	2	3	4	5	6	7

$$\delta(1, a) = \delta(\pi_q(1), a) = \delta(0, a) = 1$$

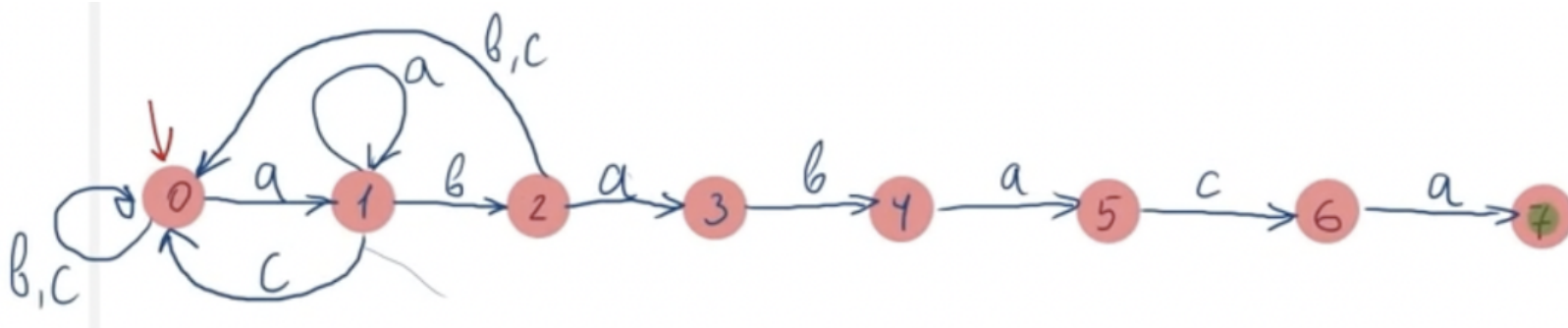
$$\delta(1, c) = \delta(\pi_q(1), c) = \delta(0, c) = 0$$



# ПОДСЧЕТ ФУНКЦИИ ПЕРЕХОДОВ: 2 СОСТОЯНИЕ

- Переход из состояния 2 в состояние 3 по символу **a** нам известен:
- Требуется подсчитать функции перехода для символа **b** и **c**:

$$\delta(2, a) = 3$$





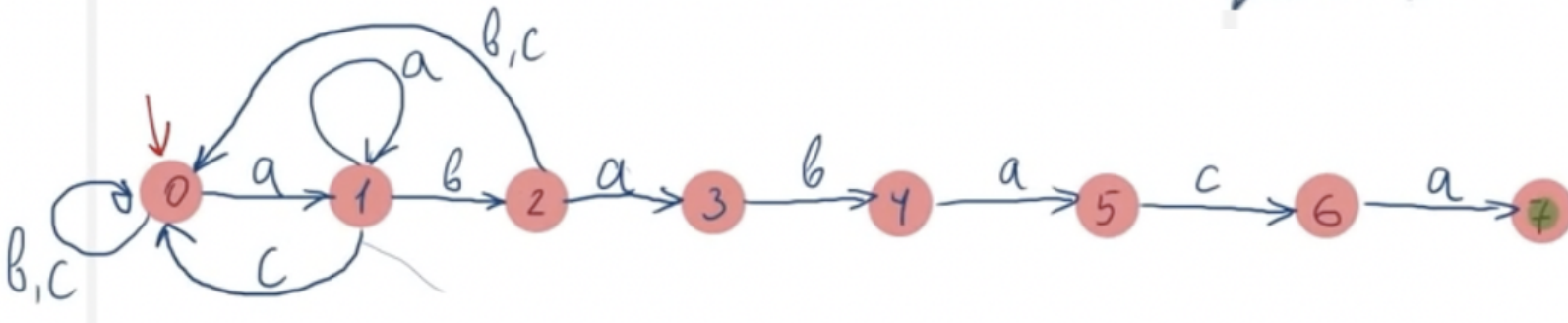
# ПОДСЧЕТ ФУНКЦИИ ПЕРЕХОДОВ: 2 СОСТОЯНИЕ

- Переход из состояния 2 в состояние 3 по символу **a** нам известен:
- Требуется подсчитать функции перехода для символа **b** и **c**.

$$\delta(2, a) = 3$$

$$\delta(2, b) = (\Pi_q(2), b) = \delta(0, b) = 0$$

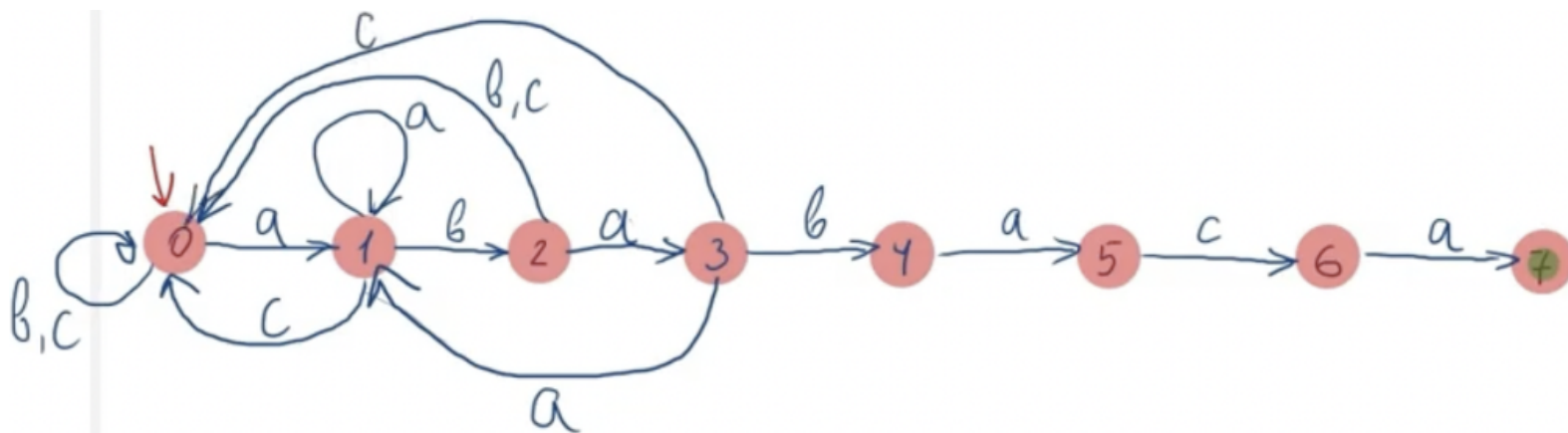
$$\delta(2, c) = (\Pi_q(2), c) = \delta(0, c) = 0$$



# ПОДСЧЕТ ФУНКЦИИ ПЕРЕХОДОВ: 3 СОСТОЯНИЕ

- Переход из состояния 3 в состояние 4 по символу **b** нам известен:
- Требуется подсчитать функции переходов для символа **b** и **c**:

$$\delta(3, b) = 4$$



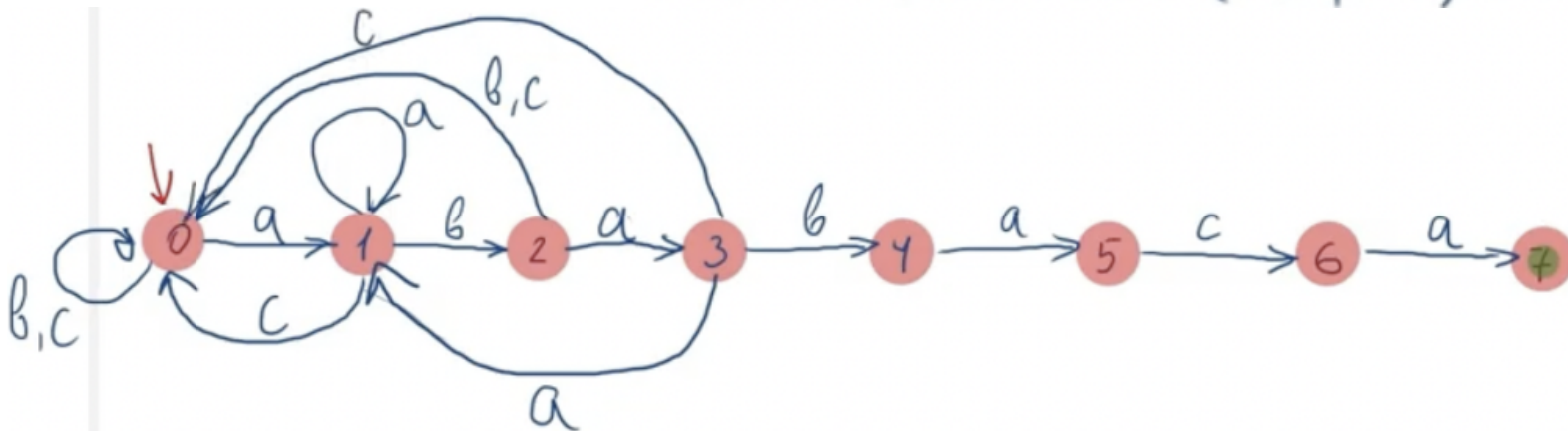


# ПОДСЧЕТ ФУНКЦИИ ПЕРЕХОДОВ: 3 СОСТОЯНИЕ

- Переход из состояния 3 в состояние 4 по символу **b** нам известен:
- Требуется подсчитать функции переходов для символа **b** и **c**.

$$\delta(3, b) = 4$$

$$\delta(3, a) = \delta(1, a) = 1$$
$$\delta(3, c) = \delta(1, c) = 0$$

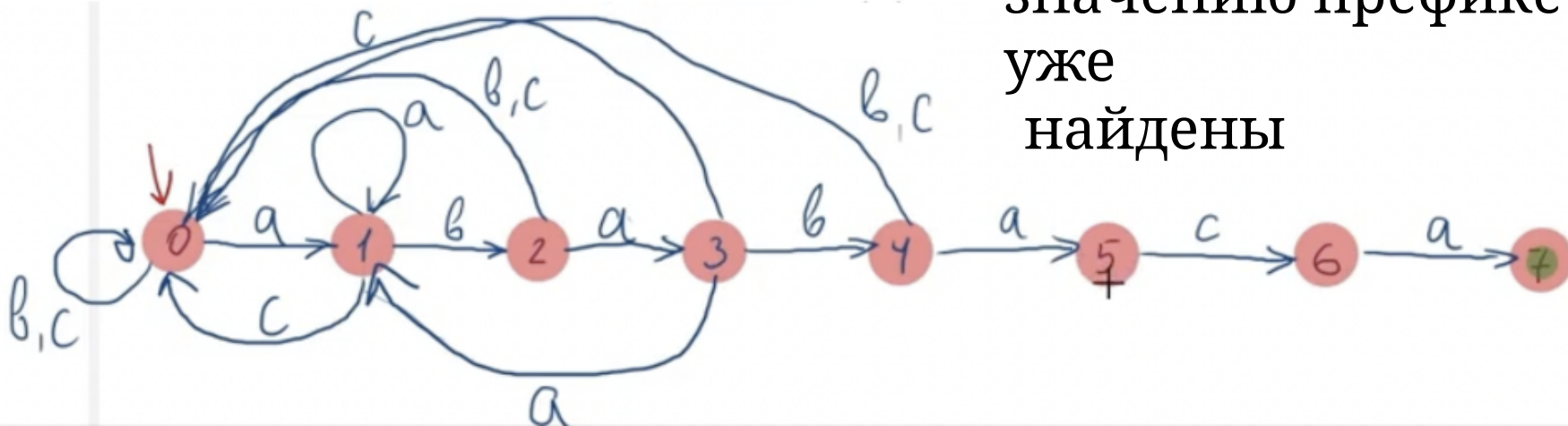


После первого знака равенства было сразу подставлено значение префикс-функции под индексом 3



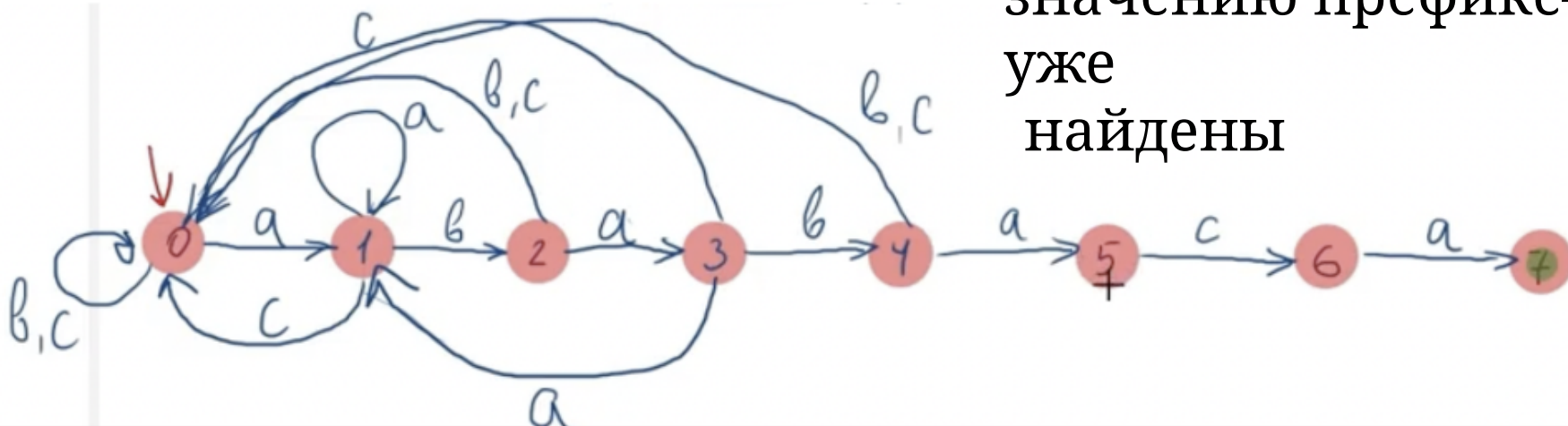
# ПОДСЧЕТ ФУНКЦИИ ПЕРЕХОДОВ: 4 СОСТОЯНИЕ

- Переход из состояния 4 в состояние 5 по символу **a** нам известен:  $\delta(4, a) = 5$
- Требуется подсчитать функции переходов для символа **b** и **c**:  
Аналогичные действия:
  1. Берем значение префикс-функции под индексом текущего состояния
  2. Все переходы для состояния равного значению префикс-функции, взятой выше уже найдены
- $\delta(4, b) =$
- $\delta(4, c) =$



# ПОДСЧЕТ ФУНКЦИИ ПЕРЕХОДОВ: 4 СОСТОЯНИЕ

- Переход из состояния 4 в состояние 5 по символу **a** нам известен:  $\delta(4, a) = 5$
- Требуется подсчитать функции переходов для символа **b** и **c**:  
Аналогичные действия:
  1. Берем значение префикс-функции под индексом текущего состояния
  2. Все переходы для состояния равного значению префикс-функции, взятой выше уже найдены
- $\delta(4, b) = \delta(2, b) = 0$
- $\delta(4, c) = \delta(2, c) = 0$



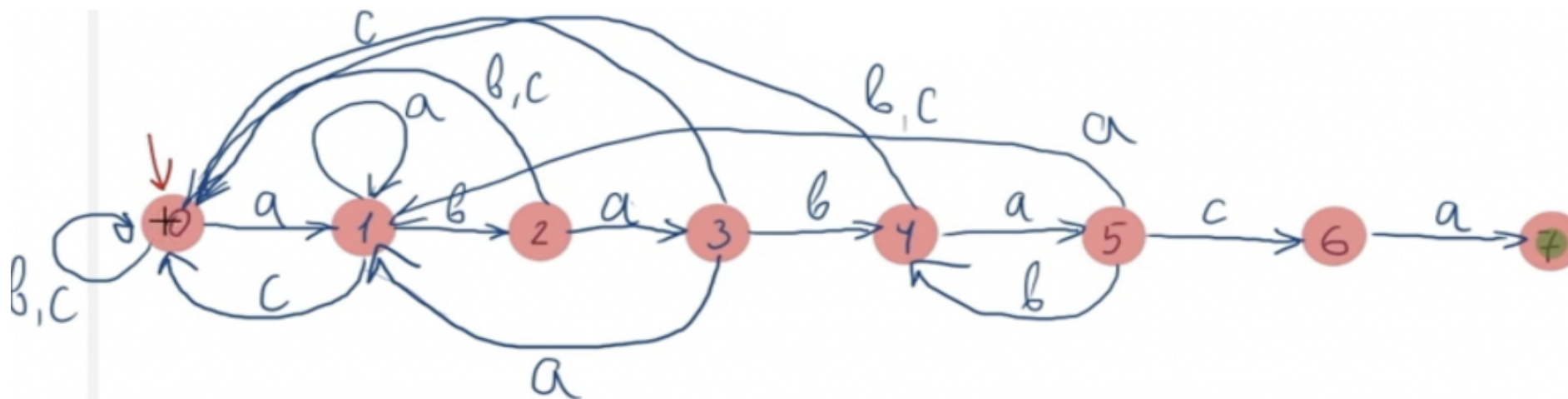
# ПОДСЧЕТ ФУНКЦИИ ПЕРЕХОДОВ: 5 СОСТОЯНИЕ

- Переход из состояния 5 в состояние 6 по символу **c** нам известен:  $\delta(5, c) = 6$
- Требуется подсчитать функции переходов для символа **a** и **b**:

Аналогичные действия:

- $\delta(5, a) =$
- $\delta(5, b) =$

1. Берем значение префикс-функции под индексом текущего состояния
2. Все переходы для состояния равного значению префикс-



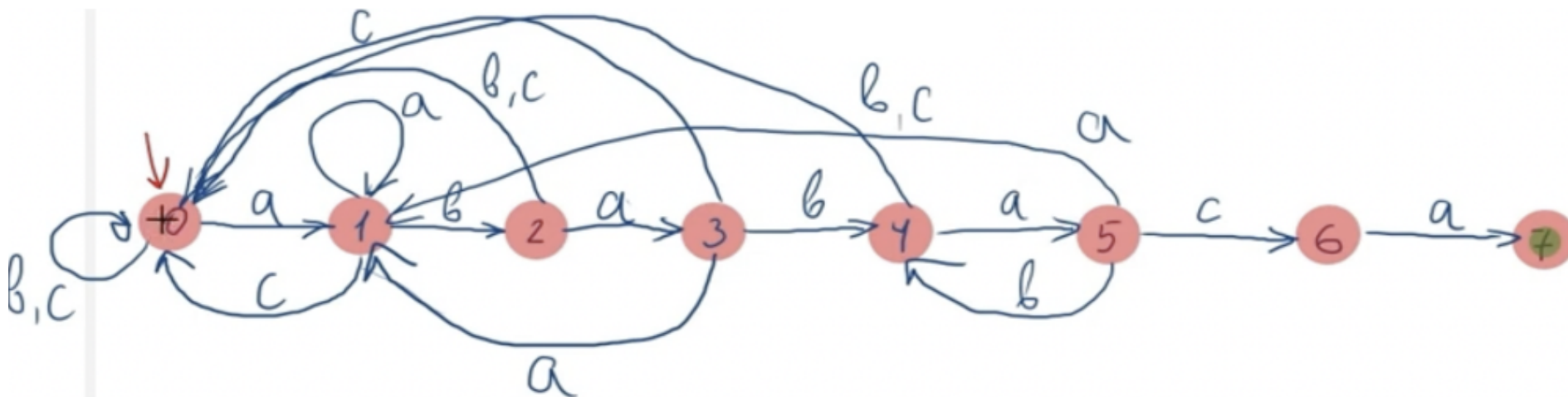
# ПОДСЧЕТ ФУНКЦИИ ПЕРЕХОДОВ: 5 СОСТОЯНИЕ

- Переход из состояния 5 в состояние 6 по символу **c** нам известен:  $\delta(5, c) = 6$
- Требуется подсчитать функции переходов для символа **a** и **b**:

- $\delta(5, a) = \delta(3, a) = 1$
- $\delta(5, b) = \delta(3, b) = 4$

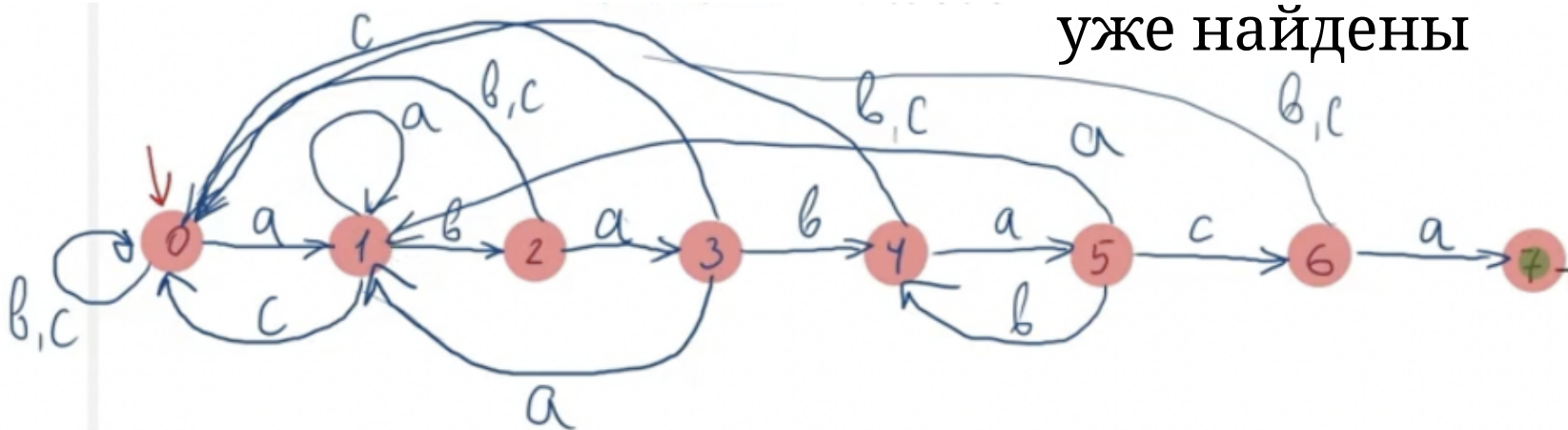
Аналогичные действия:

1. Берем значение префикс-функции под индексом текущего состояния
2. Все переходы для состояния равного значению префикс-



# ПОДСЧЕТ ФУНКЦИИ ПЕРЕХОДОВ: 6 СОСТОЯНИЕ

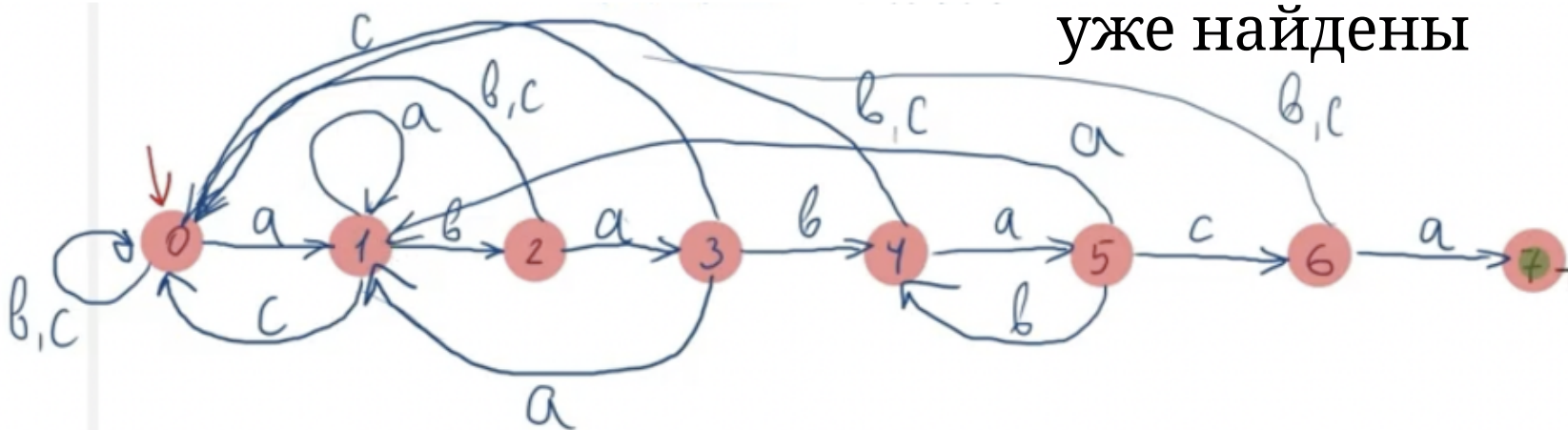
- Переход из состояния 6 в состояние 7 по символу **a** нам известен:  $\delta(6, a) = 7$
- Требуется подсчитать функции переходов для символа **b** и **c**:
  - Аналогичные действия:
    1. Берем значение префикс-функции под индексом текущего состояния
    2. Все переходы для состояния равного значению префикс-функции, взятой выше, уже найдены
- $\delta(6, b) =$
- $\delta(6, c) =$





# ПОДСЧЕТ ФУНКЦИИ ПЕРЕХОДОВ: 6 СОСТОЯНИЕ

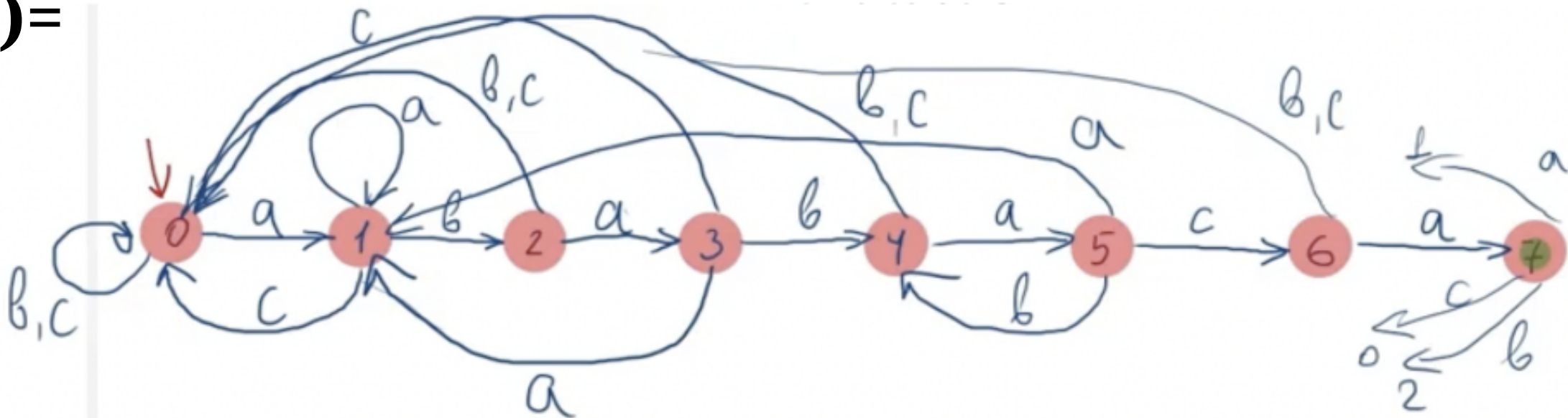
- Переход из состояния 6 в состояние 7 по символу **a** нам известен:  $\delta(6, a) = 7$
- Требуется подсчитать функции переходов для символа **b** и **c**:
  - Аналогичные действия:
    1. Берем значение префикс-функции под индексом текущего состояния
    2. Все переходы для состояния равного значению префикс-функции, взятой выше, уже найдены
- $\delta(6, b) = \delta(0, b) = 0$
- $\delta(6, c) = \delta(0, c) = 0$



# ПОДСЧЕТ ФУНКЦИИ ПЕРЕХОДОВ:

## 7 СОСТОЯНИЕ

- 7 состояние - допускающее состояние
- Переходы такие же, как и у 1 состояния
- $\delta(7, a) =$
- $\delta(7, b) =$
- $\delta(7, c) =$

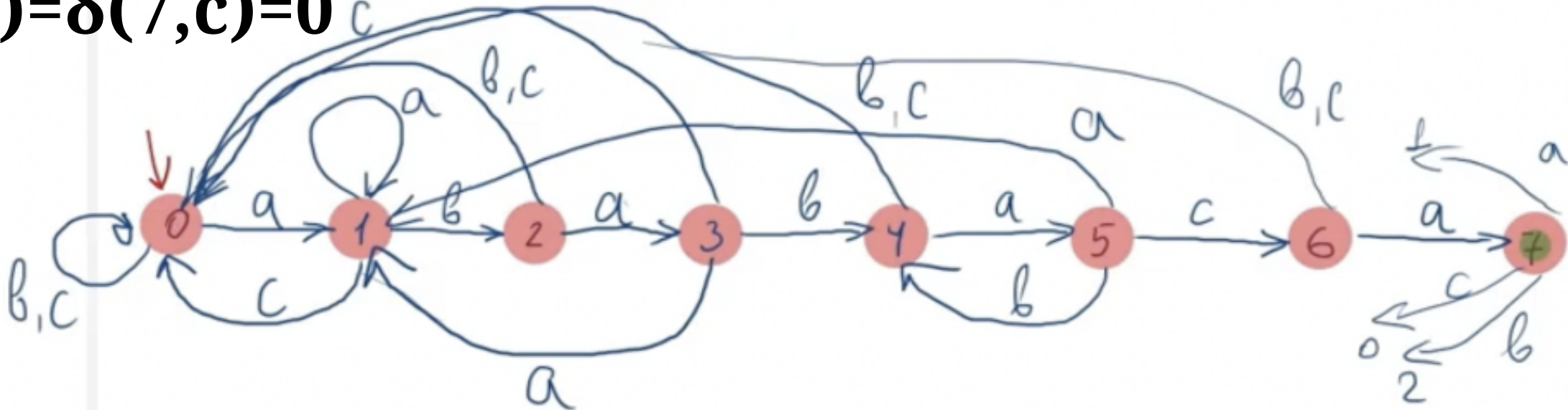




# ПОДСЧЕТ ФУНКЦИИ ПЕРЕХОДОВ:

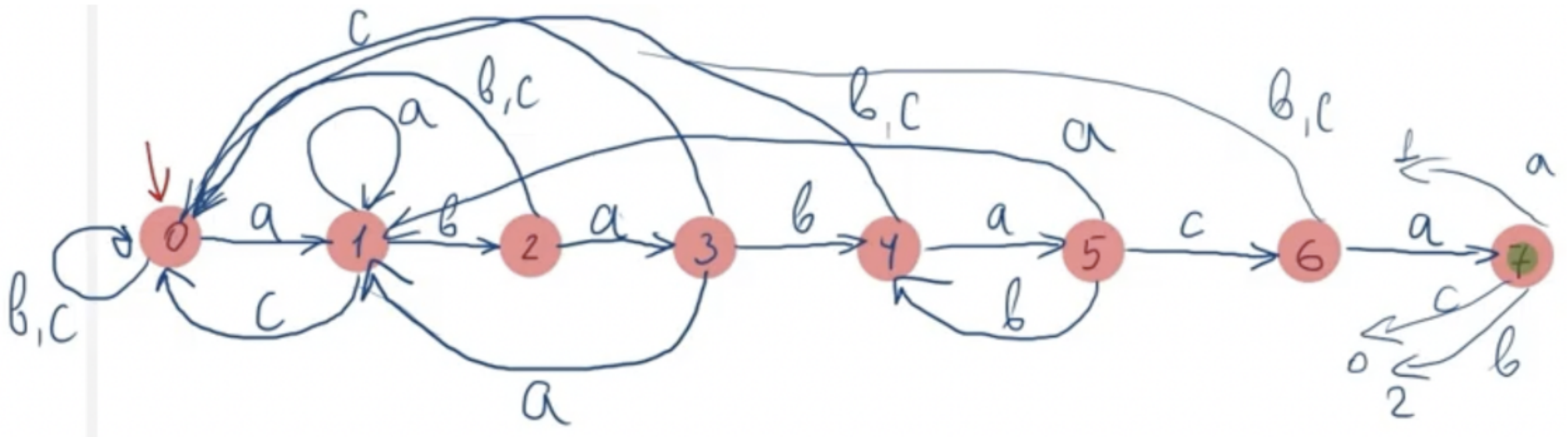
## 7 СОСТОЯНИЕ

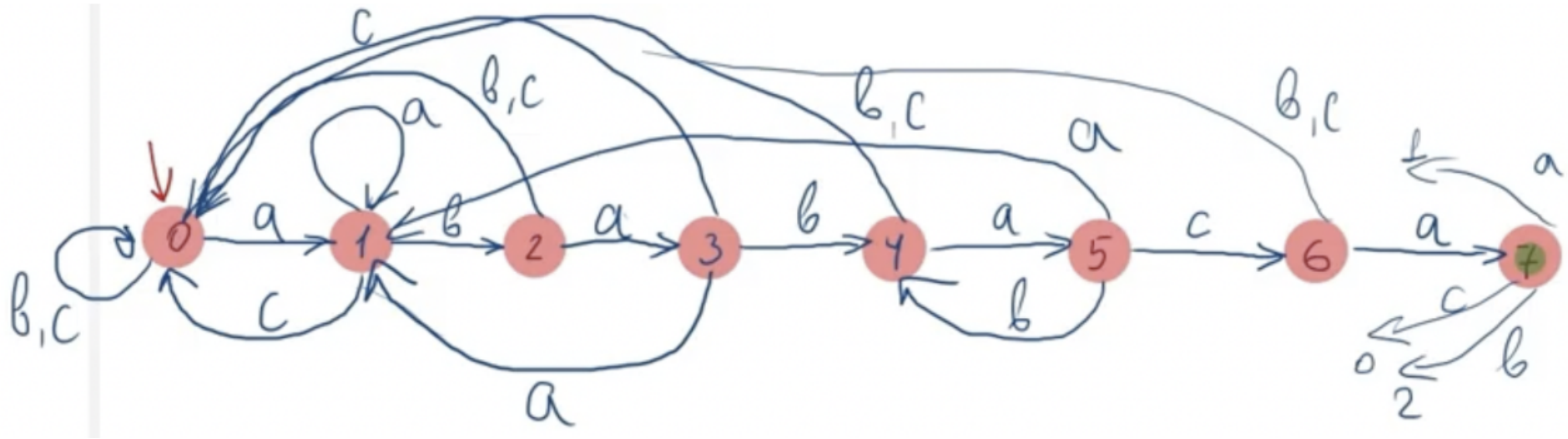
- 7 состояние - допускающее состояние
- Переходы такие же, как и у 1 состояния
- $\delta(7, a) = \delta(1, a) = 1$
- $\delta(7, b) = \delta(1, b) = 2$
- $\delta(7, c) = \delta(7, c) = 0$



# ИТОГОВЫЙ РЕЗУЛЬТАТ АВТОМАТА ДЛЯ СБОРКИ-ОБРАЗЦА

- **P = ababaca**





# АСИМПТОТИКА

- Так как мы работаем с паттерном, то нам необходимо просмотреть каждый его символ: это занимает  $O(m)$ ,  $m$  – длина паттерна



# АСИМПТОТИКА

- Так как мы работаем с паттерном, то нам необходимо просмотреть каждый его символ: это занимает  $O(m)$ ,  $m$  – длина паттерна
- Для каждого  $i$ -го символа паттерна ( $i=0\dots m-1$ ) мы считаем функцию переходов



# АСИМПТОТИКА

- Так как мы работаем с паттерном, то нам необходимо просмотреть каждый его символ: это занимает  $O(m)$ ,  $m$  – длина паттерна
- Для каждого  $i$ -го символа паттерна ( $i=0\dots m-1$ ) мы считаем функцию переходов
- Количество подсчетов для очередного символа зависит от размерности алфавита, так как для каждого состояния нам необходимо подсчитать функцию переходов по каждому символу



# АСИМПТОТИКА

- Так как мы работаем с паттерном, то нам необходимо просмотреть каждый его символ: это занимает  $O(m)$ ,  $m$  – длина паттерна
- Для каждого  $i$ -го символа паттерна ( $i=0\dots m-1$ ) мы считаем функцию переходов
- Количество подсчетов для очередного символа зависит от размерности алфавита, так как для каждого состояния нам необходимо подсчитать функцию переходов по каждому символу
- **В итоге:** просмотрели все символы паттерна и для каждого подсчитали функции переходов



# АСИМПТОТИКА

- Так как мы работаем с паттерном, то нам необходимо просмотреть каждый его символ: это занимает  $O(m)$ ,  $m$  – длина паттерна
- Для каждого  $i$ -го символа паттерна ( $i=0\dots m-1$ ) мы считаем функцию переходов
- Количество подсчетов для очередного символа зависит от размерности алфавита, так как для каждого состояния нам необходимо подсчитать функцию переходов по каждому символу
- В итоге: просмотрели все символы паттерна и для каждого подсчитали функции переходов
- **Получаем  $O(m \Sigma)$**





# ПОИСК ПОДСТРОКИ С ПОМОЩЬЮ АВТОМАТА

FINITE-AUTOMATON-MATCHER( $T, \delta, m$ )

1  $n = T.length$

2  $q = 0$

3 **for**  $i = 1$  **to**  $n$

4      $q = \delta(q, T[i])$

5     **if**  $q == m$

6         print “Образец найден со сдвигом”  $i - m$

← Функция перехода, которая возвращает номер состояния, в которое можно перейти по данному символу



# ПОИСК ПОДСТРОКИ С ПОМОЩЬЮ АВТОМАТА

FINITE-AUTOMATON-MATCHER( $T, \delta, m$ )

```
1   $n = T.length$ 
2   $q = 0$ 
3  for  $i = 1$  to  $n$ 
4       $q = \delta(q, T[i])$  ← Функция перехода, которая возвращает номер состояния,
5      if  $q == m$            в которое можно перейти по данному символу
6          print “Образец найден со сдвигом”  $i - m$ 
```

## Время работы:

- Просмотр всех символов текста –  $O(n)$
- Подсчет функций переходов -  $O(m \Sigma)$
- В итоге имеем:  $O(n + m \Sigma)$



# ПОИСК ПОДСТРОКИ С ПОМОЩЬЮ АВТОМАТА

FINITE-AUTOMATON-MATCHER( $T, \delta, m$ )

1  $n = T.length$

2  $q = 0$

3 **for**  $i = 1$  **to**  $n$

4      $q = \delta(q, T[i])$  ←

Функция перехода, которая возвращает номер состояния,  
в которое можно перейти по данному символу

5     **if**  $q == m$

6         print “Образец найден со сдвигом”  $i - m$

## Время работы:

- Просмотр всех символов текста –  $O(n)$
- Подсчет функций переходов –  $O(m \sum)$

## Доп память:

- Префикс функция и состояния  $O(2m)$
- ДКА –  $O(\sum m)$



**БОР**



# БОР

- **Другие названия:** префиксное дерево, trie (от retrieval)
- **Задача:** сохранить (отсортированное) множество строк
- **Идея:** автомат-дерево
- В вершине признак **терминальности** и **переходы**



# БОР

- **Другие названия:** префиксное дерево, trie (от retrieval)
- **Задача:** сохранить (отсортированное) множество строк
- **Идея:** автомат-дерево
- В вершине признак **терминальности** и **переходы**

