

Вопросы к экзамену по алгоритмам

SPb HSE, ПАДИИ 1-й курс, 4 апреля 2024

Общая информация

- Конспекты ПМИ: [\[part1\]](#) [\[part2\]](#) [\[part3\]](#)
- Практики и куски разборов: [\[wiki\]](#)
- Слайды от Данила: [\[link\]](#)
- Экзамен: письменный + устный, ≈ 1 час на подготовку билета, ≈ 20 минут на ответ записанного и дополнительных вопросов. Экзамен проходит без использования конспекта и других источников.
- *Курсивом* помечено то, что было разобрано на практике.

BST и дерево отрезков

1. BST – определение, операции `find`, `add`, `del` за $\mathcal{O}(h)$.
2. BST – определение, `del` за $\mathcal{O}(h)$.
3. BST – что делать с равными ключами? Было на практике.
4. BST – операции `prev/next`, `lowerBound` за $\mathcal{O}(h)$.
5. BST – *find/next/prev* за $\mathcal{O}(1)$. Было на практике.
6. AVL – определение, оценка высота.
7. AVL – перебалансировка при добавлении.
8. AVL – перебалансировка при удалении.
9. BST – поиск k -го по порядку элемента за $\mathcal{O}(\log n)$.
10. BST – идея неявного ключа, операции с массивом `a[i]`, `insert(i, x)`, `del(i)` за $\mathcal{O}(\log n)$.
11. Treap – определение.
12. Treap – оценка на среднюю глубину $\mathcal{O}(\log n)$.
13. Treap – `split/merge`.
14. Treap – `add/del`.
15. Treap – операция на отрезке за $\mathcal{O}(\log n)$: сумма/минимум.
16. Treap – присваивание на отрезке за $\mathcal{O}(\log n)$.
17. RB-tree – определение, перебалансировка при добавлении.
18. Дерево отрезков: функция на отрезке и изменение в точке.
19. Дерево отрезков: сравнение с BST (время, память, функционал).
20. Сканирующая прямая на примере задачи « $\forall i$ насчитать количество точек $j: x_j < x_i, y_j < y_i$ ».
21. Сканирующая прямая: количество точек в прямоугольнике в offline за $\mathcal{O}((n + m) \log n)$.

Графы

22. Хранение графов: матрицы смежности, списки смежности, `unordered_set`.
23. dfs. Поиск пути, обратный ход рекурсии.
24. dfs. Компоненты связности.
25. dfs. Покраска в 2 цвета.
26. dfs. Остовное дерево, отцы, классификация рёбер.
27. dfs. Отсутствие перекрёстных рёбер.
28. dfs. Поиск циклов в орграфах и неорграфах.
29. dfs. Topsort, когда существует, алгоритм поиска.
30. Компоненты сильной связности: определение, поиск за $\mathcal{O}(VE)$.

31. Компоненты сильной связности: поиск за $\mathcal{O}(V + E)$.
32. Конденсация: определение, построение.
33. Мосты, рёберная двусвязность: определения, поиск за $\mathcal{O}(VE)$.
34. Точки сочленения, вершинная двусвязность: определение, поиск за $\mathcal{O}(VE)$.
35. Мосты: поиск за $\mathcal{O}(V+E)$ динамикой по дереву.
36. Точки сочленения: поиск за $\mathcal{O}(V+E)$ динамикой по дереву.

Динамическое программирование и маски

37. Динамическое программирование (DP) на примере любой задачи: состояние динамики, переходы, начальное и конечное, граф состояний.
38. DP. Граф состояний, динамика вперёд и назад на языке графа состояний.
39. DP. Ленивая на примере «путь максимальной длины в DAG».
40. НВП. Решение за $\mathcal{O}(n^2)$ времени, $\mathcal{O}(n)$ памяти.
41. НВП. Решение за $\mathcal{O}(n \log n)$.
42. НОП. Решение за $\mathcal{O}(n^2)$ времени и памяти.
43. Редакционное расстояние.
44. Рюкзак, версии без стоимостей и со стоимостями, решения за $\mathcal{O}(n \cdot S)$.
45. Динамика на подотрезках (с любым примером).
46. Динамика про разбиение на возрастающие слагаемые. Решение за $\mathcal{O}(n^2)$.
47. Динамика по дереву. Насчитать размеры поддеревьев.
48. Кодирование множеств масками: операции $A \cap B$, $A \cup B$, $A \setminus B$ за $\mathcal{O}(1)$.
49. Кодирование множеств масками: для каждого множества вершин в графе проверить, независимо ли оно, $\mathcal{O}(2^n)$. Было на практике.
50. Поиск гамильтонова пути и цикла за $\mathcal{O}(2^n \cdot n^2)$.

Кратчайшие пути

51. Кратчайший путь в DAG за $\mathcal{O}(V+E)$ dfs-ом.
52. Поиск в ширину, он же bfs.
53. Алгоритмы Дейкстры. Реализация за $\mathcal{O}(V^2)$.
54. Алгоритмы Дейкстры. Реализация за $\mathcal{O}(E \log V)$.
55. Граф кратчайших путей: нахождение всех рёбер, лежащих на кратчайших путях из s в t.
56. Форд-Беллман за $\mathcal{O}(VE)$ времени и $\mathcal{O}(V)$ памяти.
57. Форд-Беллман: обнаружение и поиск отрицательного цикла.
58. Флойд.
59. Флойд. Построение транзитивного замыкания за $\mathcal{O}(n^3/w)$.

MST, DSU, покраска

60. MST. Алгоритм Прима, реализация за $\mathcal{O}(V^2)$.
61. MST. Алгоритм Прима, реализация за $E \log V$.
62. MST. Алгоритм Краскала за $\mathcal{O}(\text{sort}(E))$.
63. DSU. Версия с перекраской множеств.
64. DSU. Версия с перекраской множеств, док-во времени $\mathcal{O}(m + n \log n)$.
65. DSU. Версия с деревьями, ранговая эвристика, эвристика сжатия путей.
66. DSU. Версия с деревьями, любое обоснование $\mathcal{O}((m+n) \log n)$.
67. Вершинная покраска. Жадный алгоритм, дающий 6 цветов для планарных графов.
68. Вершинная покраска. Реализация жадности за $\mathcal{O}(V+E)$.