

# Учебная программа по алгоритмам

## СПб ВШЭ, третий курс, 2023/24 учебный год

---

### Темы курса

- 1. Операции с многочленами, длинными числами.**  
Умножение, деление, вычисление значений в произвольных точках, интерполяция по произвольным точкам за  $\mathcal{O}(n \log^c n)$ . Операции над  $\mathbb{F}_2$ . Обращение ряда и деление многочленов за  $\mathcal{O}(n \log n)$ . Метод Ньютона, деление длинных чисел и извлечение корня за  $\mathcal{O}(n \log n)$ .
- 2. Применения FFT.**  
Линейные рекуррентности длины  $k$ :  $\mathcal{O}(k^3 \log n) \rightarrow \mathcal{O}(k \log k \log n)$ . Исправление  $k$  ошибок при передаче данных: коды Рида-Соломона. CRC-32.  $n! \bmod m$ , использование для факторизации чисел.
- 3. Автоматы.**  
Детерминизация. Минимизация. Алгоритм Хопкрофта минимизации за  $\mathcal{O}(n \log n)$ .
- 4. Суффиксный автомат.**  
Построение, связь с суффдеревом. Линейность числа вершин, рёбер. Общая подстрока  $k$  строк суффаавтоматом от меньшей. LZSS за  $\mathcal{O}(n)$ .
- 5. Паросочетание в произвольном графе.**  
Теорема и алгоритм Эдмондса. Реализация Габова, Габов с DSU за  $\mathcal{O}(nm \cdot \alpha)$ .
- 6. Линейное программирование.**  
LP и ILP задачи, примеры и сведения. Симплекс метод, простая и эффективная реализация. Метод эллипсоидов (полиномиальное решение). Обучение перцептрона. Сильная теорема Двойственности. Матричные игры. Тотальная унимодулярность.
- 7. Факторизация.**  
Субэкспоненциальные алгоритмы (за  $2^{o(\log n)}$ , что быстрее  $n^{1/4}$ ): метод Крайчика, квадратичное решето.
- 8. Планарные графы.**  
Теорема Куратовского. Алгоритм Демукрона: проверка на планарность за  $\mathcal{O}(n^2)$ . Укладка графа прямыми отрезками. Локализация точки в планарном графе онлайн за  $\mathcal{O}(\log n)$ . Сепараторы и решение NP-трудных задач на планарных графах за  $\mathcal{O}(2^{\sqrt{n}})$ . Решение СЛАУ на планарных графах за  $\mathcal{O}(n^2)$ .
- 9. Пересечение полуплоскостей и выпуклые оболочки.**  
Обе за  $\mathcal{O}(n \log n)$ . Двойственность задач. Алгоритм за  $\mathcal{O}(n \log |\text{hull}|)$ .
- 10. Работа с выпуклыми многоугольниками.**  
Расстояние за  $\mathcal{O}(\log n)$ , касательная за  $\mathcal{O}(\log n)$ , динамическая выпуклая оболочка за  $\mathcal{O}(\log^2 n)$  на запросы удаления/добавления точек.
- 11. Вероятностные алгоритмы.**  
Пересечения  $k$ -мерных полупространств за  $\mathcal{O}(n \cdot k!)$ . Круг, покрывающий точки:  $r \rightarrow \min$ . Проверка графа на 3-связность за линейное время. Триангуляция Делоне за  $\mathcal{O}(n \log n)$ .
- 12. Численные методы.**  
Поиск  $\mathbb{R}$  и  $\mathbb{C}$  корней многочлена в  $\mathbb{R}[x]$ . Алгоритм Берлекэмп поиска корней в  $\mathbb{Z}_p[x]$ .

### Пояснение

Скорее всего мы успеем изучить темы (1)-(8) и что-нибудь из оставшегося на ваш выбор.