

Вопросы на 3 к экзамену по алгоритмам SPb HSE, 2-й курс, декабрь 2021

Строки, хеширование, сжатие данных

- (a) 1. Универсальное семейство хеш-функций. Пример семейства.
- (a) 2. Совершенное хеширование. Одноуровневая схема.
- (a) 3. Хеширование множеств [2111115].
- (a) 4. Сжатие данных. Th «нельзя сжать идеально», Th «можно сжать хорошо». 7-битное.
- (a) 5. Сжатие данных. BWT (только прямое)
- (a) 6. Сжатие данных. RLE, связь с BWT, обратное RLE.
- (a) 7. Ахо-Корасик. Пусть уже известны суффиксы. Поиск словарных слов в тексте.
- (a) 8. Ахо-Корасик. Полный автомат, ленивая динамика.
- (a) 9. Решение задач суффиксдеревом: число различных подстрок.

Теория чисел

- (a) 10. ТЧ. Решето Эратосфена. Алгоритм. Время работы $\mathcal{O}(n \log \log n)$. Оптимизация константы.
- (a) 11. ТЧ. Подсчёт мультипликативных функций на $[1, n]$ за $\mathcal{O}(n)$: количество делителей
- (a) 12. ТЧ. Расширенный алгоритм Евклида. Рекурсивно.
- (a) 13. ТЧ. Обратное по простому и произвольному модулю. 2 алгоритма.
- (a) 14. ТЧ. Асимметричное шифрование. RSA: кодирование, декодирование.
- (a) 15. ТЧ. Первообразный корень. Определение и поиск (без проверки).
- (a) 16. ТЧ. КТО. Формулы. Использование в длинной арифметике.

Гаусс и линейная алгебра

- (a) 17. Гаусс для невырожденной матрицы в \mathbb{R}, \mathbb{F}_p за $\mathcal{O}(n^3)$.
Преобразование к треугольной и диагональной матрицам.
- (a) 18. Нахождение решения СЛАУ для треугольной и диагональной матриц за $\mathcal{O}(n^2)$.
- (a) 19. Метод простой итерации для $x = Ax$.
- (a) 20. Разложение вектора в базисе. Гаусс. Offline и online.
- (a) 21. Вероятности. Задачи, которые умеем решать.
- (a) 22. Проверка принадлежности точки параллелепипеду.

FFT, длинная арифметика

- (a) 23. FFT. Комплексные числа: корни из единицы, группа по умножению, квадраты корней.
- (a) 24. FFT. Схема умножения многочленов за $\mathcal{O}(n \log n)$.
- (a) 25. FFT. Рекурсивное вычисление DFT над \mathbb{C} за $\mathcal{O}(n \log n)$.
- (a) 26. FFT. Любой корректный алгоритм обратного без доказательства.
- (a) 27. FFT. Возведение в степень за $\mathcal{O}(n \log n)$.
- (a) 28. FFT. Вычисление скалярных произведений.
- (a) 29. Long. Длинная арифметика: хранение; сложение, вычитание и деление на короткое за $\mathcal{O}(n/k)$, умножение за $\mathcal{O}((n/k)^2)$. Выбор k .
- (a) 30. Long. Бинарная арифметика: бинарное умножение.

- (a) 31. Long. Деление чисел, базовые алгоритмы: за $\mathcal{O}(n^3/k^2)$ (бинпоиск), за $\mathcal{O}(n^2 \log n)$ (бинпоиск + FFT).

Четыре русских

- (a) 32. Умножение матриц над \mathbb{F}_2 за $\mathcal{O}(n^3/w)$.
- (a) 33. Схема по таблице истинности. Решение из $\mathcal{O}(2^n n)$ гейтов.
- (a) 34. Транзитивное замыкание через $\mathcal{O}(\log n)$ умножений. Время работы.