

## Вопросы на 3 к экзамену по алгоритмам SPb HSE, 2-й курс, октябрь 2021

### Паросочетания, покраски

- (a) 1. Matching. Определения и сложность задач в двудольном и произвольном графе: паросочетание, вершинное покрытие, независимое множество, совершенное паросочетание.
- (a) 2. Matching. Лемма о дополняющем пути.
- (a) 3. Matching. dfs для дополняющего пути, простейший алгоритм за  $\mathcal{O}(V(V+E))$ .
- (a) 4. Matching. Алгоритм поиска VC и IS за  $\mathcal{O}(E)$ . Без док-ва.
- (a) 5. Matching. Разбиение вершин орграфа на циклы.
- (a) 6. Matching. Stable matching (marriage problem). Постановка задачи. Решение. Пример про ЕГЭ.
- (a) 7. Matching. Задача о назначениях. Венгерский алгоритм, простейшая реализация за  $\mathcal{O}(V^4)$ .
- (a) 8. Покраски. Вершинные. Сложность задачи. Брукс.
- (a) 9. Покраски. Рёберная. Сложность задачи. Теорема Визинга. Связь с паросочетанием.
- (a) 10. Покраски. Рёберная. Двудольный граф. Регулярный за полином. Доказательство.

### Потоки

- (a) 11. Flow. *Def*: поток, разрез, величина потока, величина разреза, остаточная сеть, циркуляция, прямые и обратные рёбра, декомпозиция потока.
- (a) 12. Flow. Алгоритм Форда-Фалкерсона. Время работы. Без доказательства.
- (a) 13. Flow. Поиск min разреза по max потоку за  $\mathcal{O}(E)$ .
- (a) 14. Flow. Декомпозиция потока на пути за  $\mathcal{O}(E^2)$ .
- (a) 15. Flow. Решение задачи про  $k$  непересекающихся по рёбрам/вершинам путей.
- (a) 16. Flow. Поиск паросочетания через поток за  $\mathcal{O}(VE)$ .
- (a) 17. Flow. Глобальный разрез: базовое решение за  $\mathcal{O}(V \cdot flow)$ .
- (a) 18. Flow. Задачи mincost  $k$ -flow, mincost max flow, mincost circulation. Сведения друг к другу.
- (a) 19. Flow. Алгоритм для поиска mincost  $k$ -flow в графе без отрицательных циклов за  $\mathcal{O}(k \cdot FordBellman)$ . Доказательство.
- (a) 20. Flow. *Транспортная задача. Формулировка с  $\forall c_e$  и  $c_e = +\infty$ . Решение.*
- (a) 21. Flow. Критерий оптимальности mincost  $k$ -flow. Доказательство.
- (a) 22. Flow. Графы с отрицательными циклами. Алгоритм Клейна.

### Строки и хеширование

- (a) 23. String. Префикс функция. КМП для поиска подстроки. Поиск периода в строке.
- (a) 24. String. LCP за  $\mathcal{O}(n^2)$ .
- (a) 25. String. Хеши. Полиномиальный хеш, хеш подстроки за  $\langle \mathcal{O}(n), \mathcal{O}(1) \rangle$ .
- (a) 26. String. Алгоритм Рабина-Карпа поиска подстроки в строке с  $\mathcal{O}(1)$  доппамяти.
- (a) 27. String. Хеши. Общие слова про хеширование. RP и ZPP версии Рабина-Карпа.
- (a) 28. String. Хеши. Наибольшая общая подстрока за  $\mathcal{O}(n \log n)$ .
- (a) 29. String. Суффмассив: построение за  $\mathcal{O}(n^2)$  и  $\mathcal{O}(n \log^2 n)$  цифровой сортировкой.
- (a) 30. String. Суффмассив: поиск подстроки в тексте за  $\mathcal{O}(|s| \cdot \log |text|)$ .
- (a) 31. String. *Решение задач суффмассивом: поиск общей подстроки двух строк.*

- (a) 32. String. Бор, хранение, map, unordered\_map, сортировка строк.
- (a) 33. String. Бор, сжатый бор. Построение суффдерова за  $\mathcal{O}(n^2)$ . Подстрока в тексте суф.деревом.