

# Вопросы к экзамену по алгоритмам

## SPb HSE, 1-й курс, октябрь 2021

### Общая информация

- Кроме конспектов полезно смотреть **разборы** задач из практик.
- *Курсивом* помечено то, что было разобрано на практике.
- (a) темы на 3 (оценка 4-5).
- (b) темы на 4 (оценка 6-7).
- (c) темы на 5 (оценка 8-9).
- (+) факультативные темы (оценка 10) – нужно заботать 3 любых темы из 6.

### База, асимптотики

- (a) 1. База. Асимптотика. Обозначения  $o, O, \Theta, \Omega, \omega$ .
- (a) 2. База. Основные свойства (7 штук). Асимптотика многочлена.
- (c) 3. База. Определение  $o, w, O$  через пределы.
- (a) 4. База. Связь умножения чисел и многочленов. Умножение за  $O(n^2)$ .
- (b) 5. База. Алгоритм Карацубы для умножения многочленов: идея, время работы.
- (a) 6. База. Рекуррентные соотношения: мастер-теорема и теорема об экспоненциальном рекуррентном соотношении. Формулировки.
- (b) 7. База. Доказательство мастер-теоремы.
- (c) 8. База. Доказательство теоремы о рекуррентном соотношении.
- (b) 9. База. Доказательства по индукции. Пример  $T(n) = \max_{x=1..n-1} (T(x) + T(n-x) + x(n-x))$ .
- (c) 10. База. Доказательства по индукции. *Пример из дз:*  $T(n) = n + T(\frac{1}{2}n) + T(\frac{1}{3}n)$ .
- (c) 11. База. Сравнение  $n^2$  и  $2^n$  по индукции. Следствия.
- (a) 12. База. Числа Фибоначчи. Определение, способ и время вычисления. Почему иногда говорим  $\Theta(n)$ , иногда говорим  $\Theta(n^2)$ ?
- (a) 13. База. Примеры на асимптотику: 5 вложенных циклов, 2 указателя для  $x^2 + y^2 = n$ .
- (b) 14. База. Оценка суммы гармонического ряда через интеграл.
- (b) 15. База. Оценка суммы гармонического ряда через куски длины  $2^k$ .
- (b) 16. База. Список делителей для всех чисел от 1 до  $n$  за  $O(n \log n)$ .
- (a) 17. База. Сравнение полинома и экспоненты. Формулировка.
- (a) 18. База. Основы дебага: `warnings`, `UB`, `glibcxxdebug`.
- (a) 19. База. C++. Чем плохи стандартные ввод-вывод и `new/delete`?
- (b) 20. База. Неасимптотические оптимизации. Примеры 6 проблем.
- (c) 21. База. Кеш. Память. Особо медленные и особо быстрые операции.

### Структуры данных

- (a) 22. DS. Частичные суммы.
- (a) 23. DS. Массив фиксированного размера, список операций, скорость которых нам важна.
- (a) 24. DS. Список двусвязный, список односвязный, реализация на указателях.
- (b) 25. DS. Список односвязный, реализация на массиве.
- (a) 26. DS. Вектор (расширяющийся массив). Устройство.

- (b) 27. DS. Вектор. Доказательство времени работы.
- (a) 28. DS. Стек, очередь, дек. Описание.
- (b) 29. DS. Стек, очередь, дек. Описание. Средства языка C++ и их сравнение.
- (a) 30. DS. Очередь и дек через двусвязный список.
- (b) 31. DS. Очередь и дек на циклическом массиве.
- (c) 32. DS. Сравнение дека на списке и на циклическом массиве.
- (b) 33. DS. Стек с минимумом. Очередь с min через два стека.
- (c) 34. DS. Очередь с минимумом, второй способ (дек минимумов).
- (c) 35. DS. Ближайший справа/слева меньший через стек.
- (c) 36. DS. += на отрезке за  $O(1)$ .
- (a) 37. База. Потенциал. Время работы: реальное, амортизировано, суммарное, среднее.
- (a) 38. База. Связь амортизированного времени и реального (точное равенство с  $\Delta\varphi = \varphi_{end} - \varphi_0$ , случай  $\varphi \geq 0$ , среднее время).
- (b) 39. База. Примеры на потенциалы: push/pop(k), хороший и плохой потенциал для  $x^2 + y^2 = n$
- (c) 40. База. Схема с монетками. Связь с обычными потенциалами. Пример для вектора.
- (b) 41. DS. Разбор арифметического выражения со стеком за линейное время.
- (a) 42. DS. Бинпоиск: трёхцветный, свой lowerbound, средства языка C++.
- (b) 43. DS. Бинпоиск: по предикату, lowerbound и upperbound через предикат.
- (a) 44. DS. Бинпоиск вещественный: для монотонной функции, для корня многочлена 3-й степени, определение границ бинпоиска.
- (c) 45. DS. Бинпоиск: корни многочлена  $\forall$  степени.
- (c) 46. DS. Бинпоиск: минимум массива  $a_1 > a_2 > \dots > a_k < \dots < a_n$ .
- (a) 47. DS. Два указателя. Хранение множеств и мультимножеств в виде сортированных массивов. Пересечение, объединение, разность за  $O(n)$ . Средства языка C++.
- (a) 48. DS. Два указателя. 3-SUM за  $O(n^2)$ : найти  $i, j, k: a_i + a_j + a_k = S$ .
- (a) 49. DS. Два указателя. Максимальный отрезок, без повторяющихся чисел.
- (b) 50. DS. Два указателя. Минимальный отрезок, содержащий  $k$  различных чисел.
- (b) 51. DS. Два указателя. Отрезок максимальной суммы длины от  $A$  до  $B$ .
- (a) 52. DS. Хеш-таблица. Версия на списках. Средства языка C++.
- (b) 53. DS. Хеш-таблица. Версия с открытой адресацией.
- (a) 54. DS. События. Для каждой точки найти «количество покрывающих её отрезков».
- (b) 55. DS. События. Покраска отрезков массива за  $O(n + q \log q)$ .
- (c) 56. DS. Расширяющийся и сужающийся дек/динамический массив. Доказательство времени работы.
- (b) 57. DS. Вектор: избавление от амортизации. Любой способ.
- (c) 58. DS. Вектор: избавление от амортизации. Два способа.
- (c) 59. DS. Хеш-таблица с открытой адресацией: избавление от амортизации.
- (c) 60. DS. Очередь с минимумом: избавление от амортизации.
- (a) 61. Неар. Бинарная куча: хранение в массиве, add, extractMin.
- (a) 62. Неар. decreaseKey, delete и обратные ссылки.
- (b) 63. Неар. Задача  $a[i]=x$ , getMin.
- (b) 64. Неар. Heapsort (inplace). Средства языка C++.
- (c) 65. Неар. Построение за линию (алгоритм, оценка).
- (c) 66. Неар. Оценка снизу: нет кучи, умеющей и add, и extractMin за  $o(\log n)$ .
- (a) 67. DS. Аллокация памяти. Стек.

- (b) 68. DS. Аллокация памяти. *Переопределение new, delete на стековый.*
- (b) 69. DS. Аллокация памяти. Список.
- (c) 70. DS. Аллокация памяти. Куча.
- (b) 71. DS. Ничего  $\rightarrow$  Del. Пример. Куча.
- (a) 72. DS. Find  $\rightarrow$  Del. Пример. Хеш-таблица.
- (a) 73. DS. Add  $\rightarrow$  Merge. Пример. Куча.
- (b) 74. DS. Пополняемый массив. Build  $\rightarrow$  Add. Корневая.
- (c) 75. DS. Пополняемый массив. Build  $\rightarrow$  Add.  $\mathcal{O}(\log^2 n)$ .
- (c) 76. DS. Build  $\rightarrow$  Add. Оценка для произвольной структуры.
- (b) 77. DS. Build, Add  $\rightarrow$  Del.
- (c) 78. DS. Алгоритм Мо. Два указателя на примере задачи «количество различных чисел на отрезке». Собственно алгоритм.
- (c) 79. DS. Алгоритм Мо. Подробная оценка времени работы.

## Сортировки

- (a) 80. Sort. Квадратичные: алгоритмы Selection, Insertion, Bubble;
- (a) 81. Sort. Стабильность. Число инверсий.
- (b) 82. Sort. Insertion(+BS), подробное сравнение сортировок за квадрат.
- (a) 83. DS. Задача про пересечение  $A$  и  $B$ . Три решения.
- (a) 84. Sort. Оценка снизу на число сравнений.
- (c) 85. Sort. *Оценка снизу: обобщения из практики и др.*
- (a) 86. Sort. MergeSort: рекурсивная версия.
- (b) 87. Sort. MergeSort: нерекурсивная версии.
- (b) 88. Sort. *MergeSort: подсчёт числа инверсий.*
- (a) 89. Sort. QuickSort. Простейший partition на  $< x, = x, > x$ .
- (a) 90. Sort. QuickSort. Inplace partition. Способы выбора элемента для partition.
- (b) 91. Sort. QuickSort. Доказательство через дерево рекурсии и вероятность «сравнить 2 элемента».
- (c) 92. Sort. QuickSort. Доказательство по индукции с интегралами.
- (a) 93. Sort. IntroSort.
- (a) 94. Sort. Порядковая статистика за  $\mathcal{O}(n)$ , рандомизированный алгоритм. Средства C++.
- (b) 95. Sort. Порядковая статистика за  $\mathcal{O}(n)$ , детерминированный алгоритм. Алгоритм.
- (c) 96. Sort. Порядковая статистика за  $\mathcal{O}(n)$ , детерминированный алгоритм. Оценка времени.
- (a) 97. Sort. CountSort для чисел.
- (b) 98. Sort. CountSort для пар чисел.
- (c) 99. Sort. Radix Sort за  $\mathcal{O}(n \log_n m)$ .
- (a) 100. Sort. Bucket Sort. Описание алгоритма.
- (b) 101. Sort. Bucket Sort. Две версии алгоритма. Время работы (формулировка).
- (c) 102. Sort. Bucket Sort. Две версии алгоритма. Время работы (доказательства).

## Кучи

- (b) 103. Heap. Van Emde Boas trees. add и extractMin за  $\mathcal{O}(\log \log C)$ .
- (c) 104. Heap. Van Emde Boas trees. *lowerBound*.
- (a) 105. Heap. MinMax heap. Хранение.
- (b) 106. Heap. MinMax heap. Алгоритм siftUp, siftDown.
- (c) 107. Heap. MinMax heap. Подробная оценка времени работы, сравнение с обычной.

- (a) 108. Heap. Leftist heap. Сравнение с бинарной.
- (b) 109. Heap. Skew Heap: `add`, `extractMin`. Сравнение с Leftist.
- (b) 110. Heap. Лёгкие и тяжёлые рёбра, доказательство времени работы Skew Heap.
- (c) 111. Heap. *Skew Heap: delete, decreaseKey. Равносильность.*
- (b) 112. Heap. *d-куча.*
- (a) 113. Heap. Списокo-куча: куча, умеющая `{add, getMin, merge, decreaseKey}` за  $\mathcal{O}(1)$ , `extractMin` за  $\mathcal{O}(n)$ .
- (c) 114. Heap. Нижняя оценка на время построения бинарной кучи.
- (a) 115. Inplace. *Reverse и rotate за  $\mathcal{O}(n)$ . Средства языка C++.*
- (b) 116. D&C. *Поиск двух ближайших точек.*
- (c) 117. D&C. *Stable Inplace Merge за  $\mathcal{O}(n \log n)$ .*
  
- (+) 118. База. Сравнение полинома и экспоненты. Доказательство.
- (+) 119. Sort. Adaptive Heap Sort.
- (+) 120. Sort. Kirkpatrick Sort за  $\mathcal{O}(n \log \log C)$ .
- (+) 121. Inplace. Merge за  $\mathcal{O}(n)$ .
- (+) 122. 3D Mo.
- (+) 123. Heap. Pairing Heap.