

**Билеты к коллоквиуму по алгоритмам**  
**SPb HSE, 1 курс, осень, 2019/20 учебный год**

**Билет 0**

- (a) 1. DS. Аллокация памяти. Стек. Список.
- (b) 2. D&C. Стабильный inplace merge за  $\mathcal{O}(n \log n)$ .

**Билет 1**

- (a) 3. DS. Бинарная куча: хранение в массиве, Add, ExtractMin, HeapSort (не обязательно inplace).
- (b) 4. Sort. QuickSort. Доказательство через дерево рекурсии и вероятность «сравнить два элемента».

**Билет 2**

- (a) 5. DS. Бинарная куча: DecreaseKey и обратные ссылки.  
Пример задачи: дан массив, запросы:  $a[i] = x$ , getMin.
- (b) 6. Sort. Bucket Sort. Две версии алгоритма. Три теоремы о времени работы.

**Билет 3**

- (a) 7. DS. Бинарный поиск. 3 версии. Средства языка C++.
- (b) 8. Sort. QuickSort. Доказательство через дерево рекурсии и вероятность «сравнить два элемента».

**Билет 4**

- (a) 9. DS. Вектор (расширяющийся массив). Стек, очередь, дек (интерфейсы). Средства языка C++ и их сравнение. Сравнение дека на списке и на циклическом массиве.
- (b) 10. Sort. Порядковая статистика за линейное время, детерминированный алгоритм.

**Билет 5**

- (a) 11. DS. Время работы: real, average, amortized. Потенциал. Схема с монетками. Пример потенциала для расширяющегося вектора. Пример монеток для сужающегося вектора.
- (b) 12. Sort. Порядковая статистика за линейное время, детерминированный алгоритм.

**Билет 6**

- (a) 13. DS. Очередь и дек на циклическом массиве. Стек с минимумом. Очередь с min через два стека.
- (b) 14. Heap. MinMax Heap. Подробная оценка времени работы.

**Билет 7**

- (a) 15. DS. Преобразование операций. Ничего  $\rightarrow$  Del (priority\_queue), Find  $\rightarrow$  Del (хеш-таблица), Add  $\rightarrow$  Merge (куча).
- (b) 16. Sort. MergeSort (нерекурсивная версия). Подсчёт числа инверсий (общее число, кол-во инверсий для каждого элемента).

## Билет 8

- (a) 17. DS. Разбор арифметического выражения со стеком за линейное время.
- (b) 18. Sort. Bucket Sort. Две версии алгоритма. Три теоремы о времени работы.

## Билет 9

- (a) 19. DS. Список двусвязный, список односвязный, список на массиве. Реализация дека, очереди, стека на списках. Какие именно им нужны списки?
- (b) 20. Heap. Van Emde Boas trees. Добавление элемента и извлечение минимума.

## Билет 10

- (a) 21. DS. Хеш-таблица. Интерфейс. Версия на списках. Версия с открытой адресацией.
- (b) 22. DS. Очередь с минимумом, второй способ (дек минимумов).

## Билет 11

- (a) 23. DS. Хранение множеств и мультимножеств в виде отсортированных массивов. Два указателя (пересечение, объединение, разность). Средства языка C++. Частичные суммы.
- (b) 24. Heap. Van Emde Boas trees. Добавление элемента и извлечение минимума.

## Билет 12

- (a) 25. Heap.  $d$ -куча. Сравнение с бинарной.
- (b) 26. DS. Вещественный бинпоиск. Корни многочлена  $\forall$  степени. Определение границ бинпоиска.

## Билет 13

- (a) 27. Heap. Leftist Heap. Сравнение с бинарной.
- (b) 28. Sort. QuickSort. Доказательство по индукции с интегралами.

## Билет 14

- (a) 29. Heap. Куча, умеющая {Add, Min, Merge, DecreaseKey} за  $\mathcal{O}(1)$ , ExtractMin за  $\mathcal{O}(n)$ . База. Неасимптотические оптимизации. 6 проблем, примеры задач.

## Билет 15

- (a) 30. Решение задач. События: для каждой точки число покрывающих её отрезков на прямой. Два указателя. Минимальный отрезок, содержащий  $k$  различных чисел.
- (b) 31. D&C. Стабильный inplace merge за  $\mathcal{O}(n \log n)$ .

## Билет 16

- (a) 32. Sort. Insertion. Selection. MergeSort (рекурсивная версия). Стабильность. IntroSort.
- (b) 33. Heap. Skew Heap. Сравнение с Leftist.

## Билет 17

- (a) 34. Sort. Bucket Sort. Описание алгоритма (две версии: ВI, ВВ).
- (b) 35. DS. Аллокация памяти через список, через кучу.

## Билет 18

- (a) 36. Sort. Count Sort для чисел и для пар чисел. Стабильность.
- (b) 37. DS. Аллокация памяти через список, через кучу.

## Билет 19

- (a) 38. Sort. QuickSort без доказательства. Две версии partition: с 3 дополнительными массивами, inplace двумя указателями. Способы выбора элемента для partition.
- (b) 39. База. Рекуррентные соотношения: теорема об экспоненциальном рекуррентном соотношении.

## Билет 20

- (a) 40. Sort. Radix Sort за  $\mathcal{O}(n \log_n m)$ .
- (b) 41. DS. Вектор: избавление от амортизации. 2 способа.

## Билет 21

- (a) 42. Sort. Оценка снизу на число сравнений сортировки.
- (b) 43. DS. Хеш-таблица. Действие при переполнении. Сравнение двух реализаций хеш-таблиц. Средства языка C++. Хеш-таблица с открытой адресацией: избавление от амортизации.

## Билет 22

- (a) 44. Sort. Порядковая статистика за линейное время, рандомизированный алгоритм. Средства C++.
- (b) 45. DS. Хеш-таблица. Действие при переполнении. Сравнение двух реализаций хеш-таблиц. Средства языка C++. Хеш-таблица с открытой адресацией: избавление от амортизации.

## Билет 23

- (a) 46. Sort. Сравнение MergeSort, HeapSort, QuickSort. Reverse и rotate за  $\mathcal{O}(n)$ . Средства языка C++.
- (b) 47. Heap. MinMax Heap. Подробная оценка времени работы.

## Билет 24

- (a) 48. База. Асимптотика. Обозначения  $o$ ,  $\mathcal{O}$ ,  $\Theta$ ,  $\Omega$ ,  $\omega$ . Основные свойства (9 штук). Асимптотика многочлена. Линия, квадрат, полином, полилогарифм, экспонента. Теорема об их сравнении (формулировка).
- (b) 49. DS. Алгоритм Мо. Два указателя на примере задачи «количество различных чисел на отрезке».

## Билет 25

- (a) 50. Sort. Порядковая статистика за линейное время, рандомизированный алгоритм. Средства C++.
- (b) 51. Heap. Skew Heap. Сравнение с Leftist.

## Билет 26

- (a) 52. DS. Вектор (расширяющийся массив). Стек, очередь, дек (интерфейсы). Средства языка C++ и их сравнение. Сравнение дека на списке и на циклическом массиве.
- (b) 53. Heap. Нижняя оценка на время построения бинарной кучи.

## Билет 27

- (a) 54. База. Примеры на асимптотики: 5 циклов, числа Фибоначчи, 2 указателя. Сумма гармонического ряда. Список делителей для всех чисел от 1 до  $n$ .
- (b) 55. D&C. Поиск двух ближайших точек.

## Билет 28

- (a) 56. База. Рекуррентные соотношения: алгоритм Карацубы.
- (b) 57. DS. Пополняемые структуры данных: Build  $\rightarrow$  Add. Лог кусочков! (пример: sorted array)

## Билет 29

- (a) 58. База. Рекуррентные соотношения: мастер-теорема (о простом рекуррентном соотношении).
- (b) 59. DS. Пополняемые структуры данных: Build  $\rightarrow$  Add, Del. Корневая! (пример: sorted array)

## Билет 30

- (a) 60. DS. Хеш-таблица. Интерфейс. Версия на списках. Версия с открытой адресацией.
- (b) 61. DS. Алгоритм Mo. Два указателя на примере задачи «количество различных чисел на отрезке».

## Билет 31

- (a) 62. Решение задач. События: для каждой точки число покрывающих её отрезков на прямой. Два указателя. Минимальный отрезок, содержащий  $k$  различных чисел.
- (b) 63. DS. Очередь с минимумом: избавление от амортизации. Не знаете? Ценой 0.5 можно поменять на «вектор, избавление от амортизации».

## Билет 32

- (a) 64. Sort. Radix Sort за  $\mathcal{O}(n \log_n m)$ .
- (b) 65. DS. Бинарная куча: построение за линию (алгоритм, оценка), heap sort (inplace). Средства языка C++.

- (+) 66. DS. 3-D Mo. Куча через корневую.
- (+) 67. Heap. Pairing Heap.
- (+) 68. Inplace. Merge за  $\mathcal{O}(n)$ .
- (+) 69. Sort. Adaptive Heap Sort.
- (+) 70. Sort. Kirkpatrick Sort за  $\mathcal{O}(n \log \log C)$