

Вопросы к коллоквиуму по алгоритмам

СПб АУ, первый курс, весна, 2017/18 учебный год

Кроме конспектов полезно смотреть **разборы** задач с практик.

- (a) 1. Неразрешимость halting problem. Разрешимые: decision, search. Язык. Классы: DTime, P, EXP. Иерархия по времени. $P \neq EXP$.
- (a) 2. Классы NP, coNP, coNEXP. Примеры: k-CLIQUE, MAX-CLIQUE, HAM-PATH, PRIME, coPRIME, IS-SORTED.
- (b) 3. Классы NP-hard, NP-complete, полиномиальное сведение. $BN \in NP$ -complete.
- (b) 4. Сведения $BN \rightarrow CIRCUIT-SAT \rightarrow SAT \rightarrow 3-SAT$.
- (a) 5. Сведения $3-SAT \rightarrow k-IND \rightarrow k-CLIQUE \rightarrow VERTEX-COVER$.
- (a) 6. Задачи максимизации; search \rightarrow decision; search $3-SAT \rightarrow$ search $k-IND$. Решение NP задач.
- (a) 8. Классы: RP, coRP, ZPP. Сравнение с NP. Понижение ошибки. Сформулируйте три гипотезы.
- (a) 9. Задачи: поиск квадратичного невычета, проверка на простоту (Ферма, Миллер-Рабин), поиск частого числа, 3-LIST-COLORING, matrix multiplication testing.
- (a) 10. $ZPP = RP \cap coRP$ и вложение классов.
- (b) 11. VPP и понижение ошибки.
- (a) 12. Применение случайных чисел: кодирование, подсчёт суммы чисел без разглашения. Парадокс дней рождений с доказательством.
- (a) 13. Приближённые алгоритмы для MAX-3-SAT.
- (a) 14. Факторизация чисел. ρ -эвристика Полларда, версия с $\mathcal{O}(n^{1/4})$ арифметическими операциями.
- (a) 15. Решения 3-SAT: детерминированный алгоритм 1.73^n , рандомизированный за 1.5^n (с доказательством).
- (a) 16. Лемма Шварца-Зиппеля (формулировка). Матрица Татта и поиск совершенного паросочетания.
- (a) 17. Random shuffle массива. Игра на 0-1-дереве, min-max-игра на дереве.
- + 18. Квадратный корень по простому модулю за $\mathcal{O}(\log p)$.

Кратчайшие пути

- (a) 19. bfs. Слоистая версия, версия с очередью. Кратчайший путь за $\mathcal{O}(V + E)$. Сравнение с dfs. Матрица расстояний за $\mathcal{O}(VE)$. Граф кратчайших путей.
- (b) 20. bfs. 0-1-bfs. Две версии целочисленного 1-k-bfs-a. Вещественный 1-k-bfs и A-B-bfs. Вещественный 0-1-bfs.
- (b) 21. bfs. Версия за $\mathcal{O}(\frac{V^2}{w})$. Версия для 1-k-графа за $\mathcal{O}(E \log k)$, $\mathcal{O}(E \log \log(Vk))$.
- (a) 22. Дейкстра. SSSP. APSP. Кратчайший путь за $\mathcal{O}(V^2)$, $\mathcal{O}(E \log V)$, $\mathcal{O}(E + V \log V)$, $\mathcal{O}(E \log_{E/V} V)$.
- (b) 23. A^* . Доказательство корректности для графов с неравенством треугольника. Сравнение скорости с Дейкстрой. Пример, на котором A^* даёт преимущество.
- (a) 24. Флойд. Решение за $\mathcal{O}(V^3)$. Восстановление пути. Транзитивное замыкание за $\mathcal{O}(\frac{V^3}{w})$.
- (a) 25. Форд-Беллман. Решение за $\mathcal{O}(VE)$. Реализация на одномерном массиве. Восстановление пути.
- (b) 26. Форд-Беллман. Оптимизации: break, queue, random_shuffle.
- (b) 27. Джонсон. Идея потенциалов. Матрица расстояний за $\mathcal{O}(VE + V^2 \log V)$.
- (b) 28. Отрицательные циклы. С помощью Флойда. С помощью Форд-Беллмана. Восстановление ответа, доказательство корректности.
- + 29. Гольдберг. Основная идея. Лечение одной вершины за $\mathcal{O}(V + E)$. Вывод асимптотики $E\sqrt{V} \log N$.
- + 30. Гольдберг. Лечение пачки из хотя бы \sqrt{k} вершин за $\mathcal{O}(V + E)$.
- (a) 31. Min mean cycle за $\mathcal{O}(VE \log nC)$.
- (b) 32. Карп. Min mean cycle за $\mathcal{O}(VE)$.
- (b) 33. Йен. Поиск k -го простого кратчайшего пути за $\mathcal{O}(kV \cdot \text{Dijkstra})$.

DSU, MST, Жадности, Приближённые алгоритм, Центроид

- (a) 34. DSU на списках. Задача: для каждой пары вершин найти путь с минимальным max ребром.
- (b) 35. DSU на деревьях: эвристика сжатия путей, две версии ранговой эвристики.
Доказательство того, что любая одна из трёх эвристик даёт время работы $\mathcal{O}(\log n)$.
- (b) 36. DSU на деревьях: доказательство $\mathcal{O}(m \log^* n)$
- (b) 37. DSU на деревьях: доказательства $\mathcal{O}(m + n \log^* n)$ (используя предыдущий билет).
- + 38. DSU на деревьях: $\mathcal{O}(m \log^{**} n)$, обратная функция Аккермана, доказательство $\mathcal{O}((n + m)\alpha(n))$.
- (a) 39. MST. Лемма о разрезе. Краскал. Прим. Сравнение скорости. Доказательства.
- (a) 40. MST. Борувка. Время работы $\mathcal{O}(E \log(V^2/E))$, доказательство.
- (a) 41. Approx. Salesman: 2-ОПТ, 1.5-ОПТ, \nexists C -ОПТ алгоритма для графов без неравенства треугольника.
Жадность. Гамильтонов путь. Правило Варнсдорффа. Переборное решение для произвольного графа.
- (b) 42. Approx. $\ln n$ -ОПТ для SET-COVER. 2-ОПТ для VERTEX-COVER. Задача о надстроке.
- (a) 43. Жадность. Хаффман. Безпрефиксные коды. Поиск кодов, кодирование, декодирование.
Поиск кодов по массиву частот за $\mathcal{O}(\text{sort} + |\Sigma|)$. Способы хранения дерева кодов.
- (a) 44. Жадность. Задачи на сортировку. Способы доказательства, вывод компаратора.
Примеры: непрерывный рюкзак, файлы на ленте, задачи с дедлайнами (3 версии), ещё 1 любая задача.
- (a) 45. Жадность. Задания с дедлайнами: выполнить все за $\mathcal{O}(n \log n)$, выполнить максимум за $\mathcal{O}(n^2)$.
- (b) 46. Жадность. Задания с дедлайнами: выполнить максимум. Решение за $\mathcal{O}(n^2)$ и $\mathcal{O}(n \log n)$.
- (b) 47. Жадность. Задача о двух станках.
- (a) 48. Рюкзаки. Partition. Решения: жадное, алгоритм Кармаркар-Карпа, PTAS.
- (b) 49. Рюкзаки. Knapsack. Неприближаемость. Решения: жадность, PTAS, FPTAS.
- (b) 50. Рюкзаки. Bin packing. Неприближаемость. Решения: FF (2-ОПТ), FFD (11/9-ОПТ),
решение для случая « $a_i \geq \varepsilon$, различных $\leq K$ ».
- (b) 51. Рюкзаки. Bin packing. PTAS: сведение к случаю « $a_i \geq \varepsilon$, различных $\leq K$ ».
- (a) 52. Центроидная декомпозиция: построение, минимум на пути.
- (b) 53. Центроидная декомпозиция: покраска вершин на расстоянии $\leq d$.

Правила сдачи

Вы записываетесь в [google-doc](#), получаете время сдачи, когда нужно прийти и сдать. В нужный момент вы приходите и говорите “я готов сдавать!”. Если есть свободный принимающий, в ответ вы получаете **три случайных числа** – номера вопросов в каждой из групп, и идёте **20 минут готовиться**. Если вы опоздали более чем на 5 минут, попадаете в живую очередь таких же опоздавших, у вас самый низкий приоритет, но как только кто-то осводится, вас тоже послушают.

При ответе билетов:

1. В **любых** спорных ситуациях подходим к лектору.
2. Лучше рассказать хоть что-то, чем ничего не сказать.
3. Вы готовились к экзамену! Вы должны помнить, что вы должны знать, что к какому билету относится.
4. Если вас спрашивают что-то не из билета, не из программы, не стесняйтесь говорить об этом.
5. Принимающий может в любой момент задать не сложный допвопрос из серии “что такое дек?” или “чем MergeSort лучше QuickSort?”.
6. Если вы плохо знаете свой билет, можно вкратце проговорить, что вы всё-таки по теме помните, и заменить билет. Замена происходит так: принимающий мгновенно генерит псевдослучайное число отличное от предыдущего и говорит вам. Замена билета – минус к оценке, зависящий от сложности билета.
7. Заменять билет можно только один раз.
8. Вы получаете 3 билета. По каждому у принимающего магическим образом складывается в голове оценка от 0 до 1 – уровень ваших знаний. Ваша оценка – сумма этих чисел, число от 0 до 3. Какие из этих чисел сообщать вам, а какие нет, решает принимающий. Вывод о ваших знаниях принимающий может описать вам не числом, а лишь на словах “тут вы почти ничего не знаете”, “этот билет вы ответили идеально”.

Алгоритм выставления оценки:

- a) Меньше 1.33 – двойка. Ваши знания не удовлетворительны.
- b) Больше 2.66 – пятёрка. Вы круты.
- c) 2.2 и больше – точно четвёрка.
- d) 1.8 и меньше – точно тройка.
- e) Если от 1.8 до 2.2, то идёт серия простых и не очень допвопросов, помогающих уточнить оценку.