

Содержание

Обязательные задачи	2
Задача А. Простые числа [? sec, 256 mb]	2
Задача В. Разложение числа [? sec, 256 mb]	3
Задача С. Обратное по модулю [? sec, 256 mb]	4
Задача D. Взаимнопростые числа [? sec, 256 mb]	5
Бонус	6
Задача Е. Sigma-функция на отрезке [? sec, 256 mb]	6
Задача F. Discrete Logging [? sec, 256 mb]	7
Задача G. Корни [? sec, 256 mb]	8
Задача H. Всеобщая факторизация [? sec, 256 mb]	9

В некоторых задачах большой ввод и вывод. Имеет смысл пользоваться супер быстрым вводом-выводом:

http://acm.math.spbu.ru/~sk1/algo/input-output/fread_write.cpp.html

В некоторых задачах нужен STL, который активно использует динамическую память (set-ы, map-ы) переопределение стандартного аллокатора ускорит вашу программу:

<http://acm.math.spbu.ru/~sk1/algo/memory.cpp.html>

Обязательные задачи

Задача А. Простые числа [? сек, 256 mb]

Нужно уметь отвечать на запрос вида “ k -е по величине простое число”.

Формат входных данных

На первой строке целое число N не более 10^4 — количество запросов. Далее собственно запросы. Каждый запрос — целое число от 1 до 10^5 .

Формат выходных данных

Для каждого запроса выведите соответствующее простое число.

Пример

primes.in	primes.out
4	2 3 5 1299709
1 2 3 100000	

Задача В. Разложение числа [? sec, 256 mb]

Напишите программу, которая по данному натуральному числу n выводит все его простые натуральные делители с учетом кратности.

Формат входных данных

Программа получает на вход одно целое число n ($1 \leq n < 2^{31}$).

Формат выходных данных

Программа должна вывести все простые натуральные делители числа n с учетом кратности в порядке неубывания.

Примеры

prime.in	prime.out
6	2 3

Задача С. Обратное по модулю [? сек, 256 mb]

Даны два целых числа — a, m ($0 \leq a < m$).

Нужно найти такое целое x , что $ax \equiv 1 \pmod{m}$

Формат входных данных

На первой строке два целых числа — a, m ($0 \leq a < m \leq 10^{18}$).

Формат выходных данных

Если такого x не существует, выведите -1 . Иначе выведите целое x ($0 \leq x < m$). Если ответов несколько, выведите любой.

Примеры

<code>inverse.in</code>	<code>inverse.out</code>
7 30	13

Задача D. Взаимнопростые числа [? sec, 256 mb]

Дано целое число n . Нужно посчитать число целых x : $1 \leq x \leq n$ и $\gcd(x, n) = 1$, здесь \gcd — наибольший общий делитель.

Формат входных данных

Входной файл содержит от 1 до 1000 строк, на каждой отдельный тест, число n ($1 \leq n \leq 2\,000\,000\,000$), для которого нужно посчитать количество взаимнопростых.

Формат выходных данных

Для каждого числа n на отдельной строке. Количество взаимнопростых с n чисел.

Примеры

phi.in	phi.out
10	4
100	40

Бонус

Задача E. Sigma-функция на отрезке [? sec, 256 mb]

Нужно научиться считать $\sum_{i=L}^R \sigma(n)$. Где $\sigma(n)$ — сумма натуральных делителей числа n .

Формат входных данных

Последовательность из не более чем 10^5 запросов. Каждый запрос записан на отдельной строке. Формат запроса прост: числа L, R ($1 \leq L \leq R \leq 5 \cdot 10^6$).

Формат выходных данных

Для каждого запроса нужно вывести одно число — $\sum_{i=L}^R \sigma(n)$.

Пример

	lrsigma	lrsigma
3 10		83

Задача F. Discrete Logging [? sec, 256 mb]

Given a prime P , $2 \leq P < 2^{31}$, an integer B , $2 \leq B < P$, and an integer N , $2 \leq N < P$, compute the discrete logarithm of N , base B , modulo P . That is, find an integer L such that $B^L \equiv N \pmod{P}$.

Формат входных данных

Read several lines of input, each containing P, B, N separated by a space.

Формат выходных данных

For each line print the logarithm on a separate line. If there are several, print the smallest; if there is none, print "no solution".



Пример

logging.in	logging.out
5 2 1	0
5 2 2	1
5 2 3	3
5 2 4	2
5 3 1	0
5 3 2	3
5 3 3	1
5 3 4	2
5 4 1	0
5 4 2	no solution
5 4 3	no solution
5 4 4	1
12345701 2 1111111	9584351
1111111121 65537 1111111111	462803587

Задача G. Корни [? sec, 256 mb]

Дано целое число $n \geq 1$. Нужно найти такое g , что для любого a : $\gcd(a, n) = 1, 1 \leq a < n \implies \exists$ целое x : $g^x = a \pmod n$. Напомним, что $\gcd(a, b)$ — наибольший общий делитель чисел a и b .

Формат входных данных

Внимание, мультитест!

На каждой строке число n ($2 \leq n \leq 10^{12}$).

Сколько тестов, мы вам не скажем, но все в рамках приличия.

Формат выходных данных

Для каждого n на отдельной строке выведите g ($1 \leq g < n$) или -1 , если такого g не существует.

Система оценки

Подзадача 1 (15 баллов) $n \leq 10^3$.

Подзадача 2 (15 баллов) $n \leq 10^5$.

Подзадача 3 (35 баллов) $n \leq 10^9$.

Подзадача 4 (35 баллов) $n \leq 10^{12}$.

Примеры

stdin	stdout
5	2
10	3
9	2
15	-1

Задача Н. Всеобщая факторизация [? сек, 256 mb]

Вам требуется найти такие натуральные числа x и y , большие 1, что:

$$N = x \cdot y$$

Формат входных данных

Во входном файле записано единственное число N ($2 \leq N \leq 9 \cdot 10^{18}$)

Формат выходных данных

В выходной файл выведите два числа x и y , либо IMPOSSIBLE, если таких чисел не существует.

Примеры

pollard.in	pollard.out
6	3 2
7	IMPOSSIBLE