

1. **Ответ:** 0. Первые 100 знаков таковы: $\pi = 3.1415926535897932384626433832795028841971693993751058209749445923078164062862089986280348253421170679$. Первая цифра 0 встречается на 32-й позиции. Гипотеза о том, что все десятичные цифры встречаются в этой записи одинаково часто, косвенно подтверждается найденными значениями первых 10^{13} знаков, но до настоящего времени не доказана.

2. **Ответ:** Первый элемент последовательности, равный 2012, имеет номер 2012.

Выпишем первые несколько значений s_i :

i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
s_i	0	1	3	0	4	1	7	0	8	1	11	0	12

Нетрудно заметить периодическое поведение последовательности, после чего строго доказать по индукции следующие равенства:

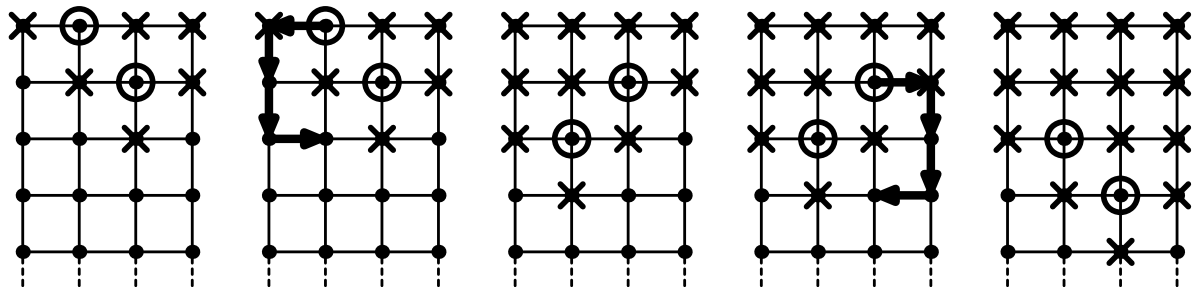
$$\begin{aligned} s_{4k+0} &= 4k + 0 \\ s_{4k+1} &= 1 \\ s_{4k+2} &= 4k + 3 \\ s_{4k+3} &= 0 \end{aligned}$$

Число 2012 делится на 4, значит, $s_{2012} = 2012$:

i	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016
s_i	2008	1	2011	0	2012	1	2015	0	2016

Очевидно, что никакое другое s_i не равно 2012.

3. Ниже показан алгоритм, позволяющий поймать вора в сколь угодно длинном городе шириной в четыре перекрёстка. Начиная с двух верхних улиц, полицейские по очереди переходят на две улицы вниз так, как показано на рисунках, пока не дойдут до двух нижних улиц. Время перехода из любой начальной позиции в позицию, с которой начинается работа алгоритма, также конечно.



4. **Ответ:** нет, нельзя. Предположим, что такой треугольник построен, и найдём его площадь двумя способами. Во-первых, площадь равностороннего треугольника со стороной a равна $S = \frac{\sqrt{3}a^2}{4}$. Во-вторых, удвоенная площадь $2S$ треугольника с целыми координатами вершин — целое число. Заметим также, что длина стороны треугольника a — это расстояние между двумя точками с целыми координатами, поэтому a^2 — также целое число. Получается, что число a^2 целое и число $\sqrt{3} \cdot a^2$ целое. А это невозможно ввиду иррациональности числа $\sqrt{3}$.